Министерство образования и науки Российской Федерации
Рубцовский индустриальный институт (филиал)
ФГБОУ ВПО «Алтайский государственный технический университет
им. И.И. Ползунова»

В.В. Борисовский

КРАТКИЙ КУРС ФИЗИКИ
Часть I

Учебное пособие для студентов всех форм обучения технических направлений

Рубцовск 2013

ББК 530.1

Борисовский В.В. Краткий курс физики. Часть I: Учебное пособие для студентов всех форм обучения технических направлений / Рубцовский индустриальный институт.- Рубцовск, 2013. - 67 с.

Пособие составлено в соответствии с программой по физике для студентов вузов технических специальностей. Оно состоит из двух разделов, в которых излагаются физические основы механики, молекулярной физики и термодинамики.

Рассмотрено и одобрено на заседании НМС РИИ
Протокол № 4 от 23.05.2013 г.

Рецензент:
к.т.н., доцент Э.С. Маршалов

Содержание

Слово физика происходит от греческого слова (физис – природа) и первоначально обозначало естествознание (в широком смысле). С ростом наших познаний о явлениях природы возникла необходимость в разделении областей исследования и физика стала изучать наиболее общие формы движения материи (вещества и поля) и их взаимное превращение. Более сложные формы движения материи - предмет изучения других наук (теоретическая механика, электротехника, биология и др.).

I. Физические основы механики

Механика – часть физики, которая изучает простейшую форму движения материальных тел. Механическим движением тела называется изменение его положения в пространстве относительно других тел с течением времени. Поэтому главная задача механики состоит в том, чтобы определить положение тела в любой момент времени.

Механика состоит из трех основных разделов – статики, кинематики и динамики. **В статике** рассматривают законы сложения сил и условия равновесия. **Кинематика** изучает характеристики и закономерности движения тел без учета рассмотрения причин, вызывающих это движение, т.е. кинематика отвечает на вопрос – как двигается тело. **Динамика** изучает взаимодействие между телами и его влияние на их механическое движение, т.е. динамика отвечает на вопрос – почему двигаются тела.

1. Кинематика

Наиболее простым механическим движением является движение материальной точки. **Материальная точка** – это тело, размерами которого можно пренебречь в условиях данной задачи, в частности тогда, когда все точки тела движутся одинаково. Такое движение тела называется **поступательным**.

Чтобы описать механическое движение тела, нужно узнать его положение в пространстве в любой момент времени. Положение материальной точки определяется по отношению к **телу отсчета**, с которым связана произвольная система координат, называемая **системой отсчета**. В механике телом отсчета часто служит Земля, с которой связывается прямоугольная (декартовая) система координат.

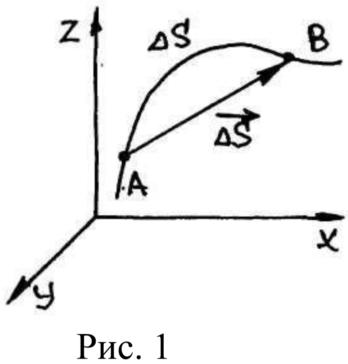


Рис. 1

При движении материальной точки ее координаты с течением времени изменяются. Набор точек, через которые проходит материальная точка в пространстве, образует линию, называемую **траекторией** движения (рис.1).

В зависимости от формы траектория может быть **прямолинейной** или *криволинейной*.

Если в начале отсчета времени материальная точка находилась в положении А, а в конце – в положении В, то длина траектории АВ называется пройденным путем и является скалярной величиной ΔS (см. рис.1). Прямая, проведенная из начального положения А движущейся точки в конечное положение В, называется перемещением и является величиной векторной, так как показывает направление.

1.1. Скорость и ускорение

В наш век автомобилизма с понятием скорости сталкиваются уже с детства. Спидометр автомобиля показывает его мгновенную скорость (в км/час). Скорость – это быстрота изменения положения тела на траектории.

Для определения скорости автомобиля при движении по дороге (траектории) с километровыми столбами мы поступим следующим образом. Проезжая мимо километрового столбика с показанием S_1, фиксируем время t_1, проезжая мимо столбика с показателем S_2, фиксируем время t_2. Таким образом, за промежуток времени $\Delta t = t_2 - t_1$ автомобиль проезжает путь $\Delta S = S_2 - S_1$ и быстрота прохождения этого пути равна средней скорости на этом участке:

$$v_{\text{ср}} = \Delta S/\Delta t \text{ (м/с)}. \quad (1.1)$$

Средняя скорость не учитывает, что на отдельных участках пути ΔS автомобиль может двигаться неравномерно или даже стоять некоторое время. Совершенно очевидно, что при этом формула (1.1) не будет соответствовать «показанию спидометра». Она будет давать правильный результат только в том случае, если промежуток времени брать очень малым (близким к нулю, но не равным нулю): при этом получим мгновенную скорость V, которая является пределом отношения $\Delta S/\Delta t$ при $\Delta t \to 0$:

$$V = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{dS}{dt}. \quad (1.2)$$

Мгновенная скорость величина векторная и совпадает по направлению с вектором перемещения. Кстати, понятие скорости можно применять при быстроте изменения любого физического параметра.

Самый простой вид движения – прямолинейное равномерное – это движение с постоянной по модулю и направлению скоростью. В случае прямолинейного равномерного движения тело движется по прямой и за любые равные промежутки времени проходит одинаковые пути. Координату тела в любой момент времени (уравнение движения) можно вычислить по формуле:

$$S = S_0 \pm Vt, \quad (1.3)$$

где S_0 - начальная координата.

В случае неравномерного движения необходимо знать, как быстро изменяется скорость с течением времени. Величина, характеризующая быстроту изменения скорости, называется ускорением. Среднее ускорение находится по формуле $a_{cp} = \Delta V/\Delta t$, где $\Delta V = V_t - V_0$ - изменение скорости за промежуток времени $\Delta t = t_2 - t_1$, V_t- конечная скорость, V_0 - начальная скорость. Мгновенное ускорение a является пределом отношения $\Delta V/\Delta t$ при $\Delta t \to 0$:

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{dV}{dt} = \frac{d^2 S}{dt^2} \ (\frac{\text{м}}{\text{с}^2}). \qquad (1.4)$$

Таким образом, ускорение a есть векторная величина, равная первой производной скорости по времени или второй производной пути по времени.

Прямолинейное движение, происходящее с постоянным ускорением, называется **равнопеременным**, которое при увеличении скорости будет **равноускоренным**, а при уменьшении скорости – **равнозамедленным**. При этом ускорение тела определяется по формуле:

$$a = \frac{V_t - V_0}{t}, \qquad (1.5)$$

а конечная скорость V_t в любой момент времени t равна

$$V_t = V_0 + at \ . \qquad (1.6)$$

График функции $V_t = V_0 + at$ представлен на рис.2. По этому графику можно найти среднюю скорость за период времени t. Она равна

$$V_{\text{ср}} = \frac{V_t + V_0}{2}. \qquad (1.7)$$

Зная среднюю скорость, можно определить пройденный путь

$$S = V_{\text{ср}} \cdot t = \frac{V_t + V_0}{2} \cdot t. \qquad (1.8)$$

Теперь подставим в формулу (1.8) вместо скорости V_t ее значение (1.6), получим

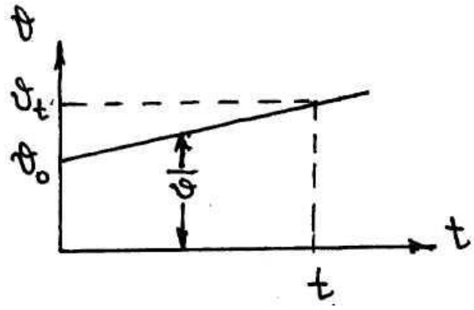


Рис. 2

$$S = \frac{V_0 + \text{at} + V_0}{2} \cdot t = V_0 t + \frac{at^2}{2}. \qquad (1.9)$$

Из формулы (1.5) найдем время $t = \frac{V_t - V_0}{a}$ и подставим в формулу (1.8), тогда пройденный путь будет определяться

$$S = \frac{(V_t + V_0)}{2} \cdot \frac{(V_t - V_0)}{a} = \frac{V_t^2 - V_0^2}{2a}. \qquad (1.10)$$

Уравнение движения при равнопеременном движении имеет вид

$$S = S_0 + V_0 t + \frac{at^2}{2}. \qquad (1.11)$$

Частным случаем равнопеременного движения является движение тела под действием силы тяжести. Сила тяжести сообщает любому телу до высоты 30 км над поверхностью Земли почти одинаковое ускорение, направленное вертикально вниз, которое называется ускорением свободного падения (g=a=9,81 м/с^2).

1.2. Движение по криволинейной траектории

При криволинейном движении скорость тела может изменяться по величине и всегда изменяется по направлению. Поэтому вектор ускорения тела при криволинейном движении имеет две составляющие. Одна составляющая определяет изменение скорости по величине a_τ, она равна

$$a_\tau = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{dV}{dt} = \frac{d^2 S}{dt^2} \ . \qquad (1.12)$$

Так как изменение скорости происходит по касательной к траектории, то это ускорение называют **касательным** или **тангенциальным**.

Другая составляющая определяет изменение скорости по направлению a_n. Для определения a_n рассмотрим равномерное движение по участку траектории с радиусом кривизны R (рис.3). Из подобия треугольников AOB и CBD следует $\frac{\Delta V_n}{AB} = V/R$, но так как AB=$V_{\text{ср}} \cdot \Delta t$, то

$$\frac{\Delta V_n}{\Delta t} = \frac{V_{\text{ср}} \cdot V}{R}. \quad (1.13)$$

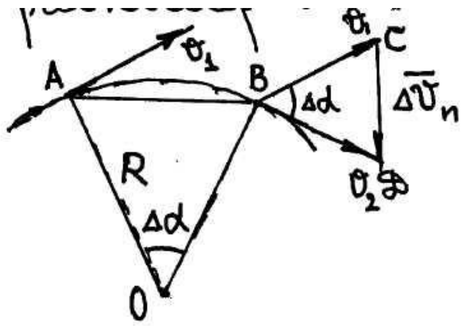


Рис.3

В пределе при $\Delta t \to 0, V_{\text{ср}} \to V$, соответственно, $\Delta\alpha \to 0$, а так как треугольник CBD равнобедренный, то угол BCD между V и ΔV_n стремится к прямому, следовательно, при $\Delta t \to 0$ векторы V и ΔV_n взаимно перпендикулярны. Так как вектор скорости V направлен по касательной к траектории, то вектор ΔV_n, перпендикулярный скорости, будет направлен к центру круга ее кривизны. Вторая составляющая ускорения, равная

$$a_n = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta V_n}{\Delta t} = \frac{V^2}{R}, \quad (1.14)$$

называется **нормальным** (направлена по нормали к траектории) или **центростремительным** ускорением.

Полное ускорение тела равно сумме тангенциальной и нормальной составляющих (рис.4):

$$a = a_\tau + a_n \text{ или } a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}. \quad (1.15)$$

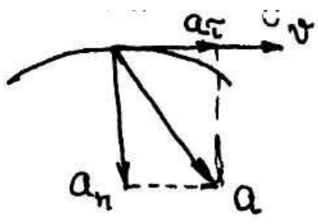


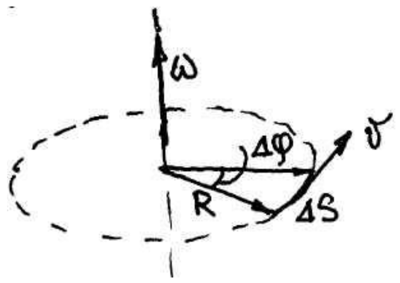
Рис.4

Таким образом, тангенциальное ускорение характеризует быстроту изменения скорости по величине (направлено по касательной к траектории), а нормальное ускорение характеризует быстроту изменения скорости по направлению (направлена к центру кривизны траектории).

1.3. Движение по окружности

Движение материальной точки по окружности можно характеризовать линейными скоростью и ускорением, как движение по любой траектории. Однако можно ввести другие характеристики.

Пусть материальная точка движется по окружности радиуса R (рис.5) и проходит путь ΔS за малый промежуток времени Δt. При этом радиус R повернулся на угол $\Delta\varphi$. Пройденный путь ΔS за промежуток времени Δt определяет линейную скорость, а угол поворота $\Delta\varphi$ за Δt определяет угловую скорость



$$\varphi = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}. \qquad (1.16)$$

Если промежуток времени $\Delta t \to 0$, то получим мгновенную угловую скорость

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt} \ \frac{\text{рад}}{\text{с}}. \qquad (1.17)$$

Рис. 5

Угловая скорость – величина векторная, и ее направление определяется по правилу правого винта (рис.5).

Линейная скорость точки связана с угловой

$$V = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{Rd\varphi}{dt} = R \lim_{\Delta t \to 0} \frac{d\varphi}{dt} = R\omega. \qquad (1.18)$$

Если при равномерном вращении материальная точка делает N оборотов за время Δt, то время одного полного оборота, равное $\frac{\Delta t}{N} = T$, называется **периодом вращения,** а число оборотов за единицу времени N/Δt=ν называется **частотой вращения**. Очевидно, что

$$T = 1/\nu \qquad (1.19)$$

$$\text{и } \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu. \qquad (1.20)$$

При неравномерном вращении тела вокруг неподвижной оси для характеристики быстроты изменения вектора угловой скорости вводится вектор ε **углового ускорения.**

$$\varepsilon = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}. \qquad (1.21)$$

Если тело вращается вокруг неподвижной оси, то вектор ε направлен вдоль этой оси в ту же сторону, что и ω, при ускоренном вращении ($\frac{d\varphi}{dt} > 0$) и в противоположную – при замедленном вращении ($\frac{d\varphi}{dt} < 0$).

Тангенциальное ускорение связано с угловым соотношением

$$a_\tau = \frac{dV}{dt} = \frac{d(R\omega)}{dt} = R\frac{d\omega}{dt} = R\varepsilon. \qquad (1.22)$$

Нормальная составляющая ускорения

$$a_n = \frac{V^2}{R} = \frac{R^2\omega^2}{R} = \omega^2 R. \qquad (1.23)$$

По аналогии с поступательным движением для равнопеременного движения материальной точки по окружности ($\varepsilon = const$) справедливы следующие соотношения:

$$\varepsilon = \frac{\omega_t - \omega_0}{t}, \omega_t = \omega_0 + \varepsilon t, \varphi = \frac{\omega_t^2 - \omega_0^2}{2\varepsilon}, \varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}. \qquad (1.24)$$

Зная количество оборотов N, совершенных телом за некоторый промежуток времени, можно определить угол поворота:

$$\varphi = 2\pi N. \qquad (1.25)$$

2. Динамика материальной точки и поступательного движения твердого тела

Динамика занимается изучением общих законов взаимодействия материальных тел и изменений в их движении. Поэтому динамика является основным разделом механики.

Основные законы динамики были сформулированы И.Ньютоном в 1687 году. Они представляют собой обобщение результатов многовекового человеческого опыта.

2.1. Первый закон Ньютона (закон инерции)

Первый закон Ньютона гласит: любое тело сохраняет состояние покоя или прямолинейного равномерного движения до тех пор, пока воздействие на это тело со стороны других тел не вызовет изменение этого состояния.

Стремление тела сохранить состояние покоя или равномерного прямолинейного движения называется **инертностью**. Количественной мерой инерции является **масса**, измеряется в килограммах (кг).

Физическая величина, являющаяся мерой механического воздействия на тело со стороны других тел или полей, называется **силой**. Сила, как и любая векторная величина, считается заданной, если известны ее численное значение, направление и точка приложения. Если на тело действует несколько сил, а на практике так и бывает, но результирующая этих сил равна нулю, то в этом случае также выполняется первый закон Ньютона. В математической форме это утверждение имеет вид:

$$a=0 \text{ или } F_{рез}=0.$$

2.2. Второй закон Ньютона (основной закон динамики поступательного движения тел)

Второй закон Ньютона устанавливает связь между динамическими и кинематическими величинами: ускорение a, приобретенное телом под действием силы F, пропорционально этой силе и обратно пропорционально массе тела

$$a = k\frac{F}{m}, \tag{2.1}$$

где k – коэффициент пропорциональности, зависящий от выбора единиц измерения. Если все величины выражены в единицах одной системы, то $k=1$ и второй закон примет вид:

$$a = \frac{F}{m} \text{ или } F = ma. \tag{2.2}$$

Из уравнения (2.2) видно, что ускорение совпадает по направлению с действующей силой.

Второй закон Ньютона можно записать в другой форме. Если ускорение $a=dv/dt$, тогда $F = m\frac{dv}{dt}$, или, внося массу m под знак дифференциала, получим:

$$F = \frac{d(mv)}{dt}. \qquad (2.3)$$

Вектор $p = mv$ называется **импульсом**, или **количеством движения тела**, и совпадает по направлению с вектором скорости v. Уравнение (2.3) запишем в виде

$$Fdt = dp. \qquad (2.4)$$

Вектор $F \cdot dt$ называется **импульсом силы** F, действующим в течение малого промежутка времени dt, и имеет с силой одно направление.

Из (2.3) следует определение единицы силы – ньютон (Н)

$$1\ \text{Н}=1\frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}^2}.$$

2.3. Третий закон Ньютона (закон взаимодействия)

При любом взаимодействии двух тел силы, с которыми тела действуют друг на друга, равны по величине и направлены в противоположные стороны, т.е.

$$F_{12} = -F_{21}, \qquad (2.5)$$

где F_{12} - сила действия первого тела на второе, F_{21} - сила действия второго тела на первое.

Взаимодействие тел наблюдается как при прямом действии (контакте), так и при действии на расстоянии (притяжение Земли и Солнца). Силы, возникающие при взаимодействии двух тел, всегда имеют одну природу, но никогда не уравновешивают друг друга, так как приложены к разным телам.

2.4. Закон сохранения импульса (количества движения)

Следствием второго и третьего законов Ньютона является закон сохранения импульса (количества движения). Он имеет место в **изолированной** (замкнутой) системе тел. Такой системой является группа тел, на которые не действуют **внешние** силы. Силы взаимодействия между телами, входящими в изолированную систему, называются **внутренними**.

Рассмотрим простейшую изолированную систему, состоящую из двух взаимодействующих тел с массами m_1 и m_2. Скорость первого тела до взаимодействия была v_1, после взаимодействия v_1'; второго тела до - v_2, после - v_2' .

Импульсы сил взаимодействия тел согласно уравнению (2.4) можно записать:

$$\begin{aligned} F_{12} \cdot t &= m_1 v_1' - m_1 v_1, \\ F_{21} \cdot t &= m_2 v_2' - m_2 v_2. \end{aligned} \qquad (2.6)$$

Так как по третьему закону Ньютона $F_{12} = -F_{21}$, то

$$m_1 v_1' - m_1 v_1 = -(m_2 v_2' - m_2 v_2),$$

или, после преобразования, получаем:

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = m_1 v_1' + m_2 v_2', \qquad (2.7)$$

т.е. векторная сумма импульсов двух тел до и после взаимодействия равна.

Опыты показали, что это положение справедливо для любого количества тел, входящих в изолированную систему. Оно получило название – **закон сохранения импульса:** в изолированной системе векторная сумма импульсов тел, входящих в эту систему, остается постоянной при любых взаимодействующих телах этой системы между собой.

Применение закона сохранения импульса дает возможность выполнять расчеты взаимодействия тел, не зная действующих между ними сил. Этот закон настолько часто применяется и выполняется в природе и технике, что его можно отнести к одному из основных законов природы.

Особый интерес представляет собой применение закона сохранения импульсов для изолированной системы, состоящий из ракеты и вытекающих из нее газов при согревании. Ракета – аппарат, способный приходить в движение без опоры (без внешней силы). Поэтому реактивный двигатель – единственный двигатель космических ракет и кораблей.

В природе реактивное движение используют некоторые животные. Например, кальмары, спруты, медузы и некоторые моллюски, передвигающиеся посредством отдачи воды, выбрасываемой ими из особых полостей тела.

2.5. Закон всемирного тяготения

Действие между телами на расстоянии определяется фундаментальным законом механики – законом всемирного тяготения (гравитации), установленным И.Ньютоном в 1687 году, хотя идея появилась у него еще в 1665 г.

Согласно этому закону две любые материальные точки взаимодействуют с силой, пропорциональной произведению их масс (m_1 и m_2) и обратно пропорциональной квадрату расстояния r между ними:

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}, \qquad (2.8)$$

где $\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н·м}}{\text{кг}^2}$ - гравитационная постоянная. Кроме материальных точек формула (2.8) применима для тел шаровой формы, но в этом случае расстояние r необходимо брать между центрами тяжести. Если тела не материальные и не шаровой формы, то сила взаимодействия определяется геометрической суммой сил взаимодействия отдельных точек тел.

Особое место в механике занимает гравитационное взаимодействие любого тела массой m и Землей массой M. Тело притягивается к Земле с силой, направленной к ее центру и равной

$$F = \gamma \frac{mM}{R^2}, \qquad (2.9)$$

где R – расстояние от тела до центра Земли (при высотах до 30 км над поверхностью Земли это расстояние можно принимать равным ее радиусу $R_З$).

Если тело лежит на поверхности Земли, то на него действуют две силы – реакция опоры N и сила тяготения F.

Эти две силы дают равнодействующую центростремительную силу (рис.6):

$$F + N = F_ц.$$

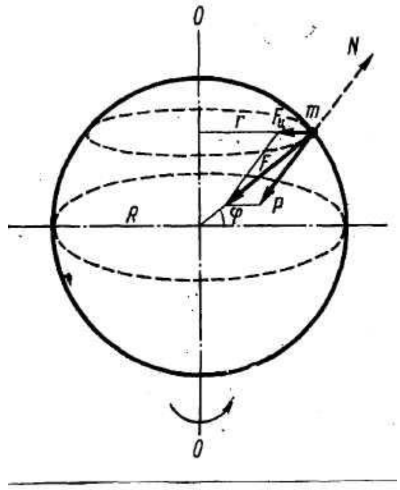


Рис. 6.

Сила тяжести тела P – это сила противодействующая, согласно третьему закону Ньютона, силе давления N Земли на тело. Центростремительная сила самая большая на экваторе, но даже там она составляет всего 0,00345 часть от силы тяготения тела к Земле F. Поэтому в большинстве практических задач можно принимать

$$P = F = \gamma \frac{mM}{R^2}. \quad (2.10)$$

Движение тела под действием силы тяжести называется **свободным падением,** а ускорение g тела называется **ускорением свободного падения**. Из второго закона Ньютона

$$g = \frac{P}{m}, \quad (2.11)$$

или

$$g = \gamma \frac{M}{R^2} = \gamma \frac{M}{(R_З + h)^2}, \quad (2.12)$$

где $R_З$ - радиус Земли, h – расстояние от центра тела до поверхности Земли. Следует заметить, что при $h \ll R_З$ с подъемом на 1 км ускорение уменьшается на 0,03%.

Земля не имеет строго сферическую форму: на полюсе $R_{пол}$=6357 км, на экваторе $R_{экв}$=6378 км. Поэтому ускорение g зависит от географической широты места и равно на полюсах 9,83 м/с^2, на экваторе 9,78 м/с^2. На широте 45^0 g=9,81 м/с^2 и его называют «нормальным» ускорением.

Сила, действующая на горизонтальную опору или вертикальный подвес, назвается **весом** тела. Когда тело лежит на поверхности Земли, вес тела равен силе тяжести. При движении по вертикали с ускорением a вес тела изменяется. Если ускорение тела направлено вертикально вверх, то вес тела увеличивается $P=m(g+a)$, если вниз, уменьшается $P=m(g-a)$. При свободном падении $a=g$ и вес тела становится равным нулю; такое состояние тела называется невесомостью. Следует помнить, что в состоянии невесомости вес тела становится равным нулю, а масса тела остается неизменной.

2.6. Силы упругости и трения

Силы, возникающие при контакте тел, обусловлены характером взаимодействия между молекулами. Такими силами являются силы упругости и трения.

Между частицами (молекулами), входящими в состав твердого тела, действуют силы притяжения и отталкивания. Каждая частица испытывает воздействие со стороны всех соседних частиц, и ее равновесное состояние соответствует тому, что равнодействующая этих сил равна нулю. При действии внешних сил частицы смещают из первоначальных положений равновесия, при этом изменяются форма и размеры тела. Это явление носит название **деформации**. Перемещению частиц при деформации препятствуют силы взаимодействия между ними. Если сдвиг частиц был небольшим, то после прекращения действия внешней силы частицы за счет внутренних сил возвращаются в исходные положения. Деформацию такого типа называют упругой, а внутренние силы, возникающие при этом, называются упругими силами.

При продольном растяжении стержня длиной l и сечением S процесс деформации прекращается, когда упругие силы становятся равными растягивающей силе F. При этом стержень растянется на величину Δl, которая будет пропорциональна силе F

$$F = \frac{ES}{l}\Delta l, \tag{2.13}$$

где E – модуль упругости или модуль Юнга. Величина $\frac{ES}{l} = k$ называется коэффициентом жесткости. Учитывая, что сила упругости всегда направлена в сторону, противоположную деформации (приложенной силы), получим:

$$F_{\text{упр}} = -k\Delta l. \tag{2.14}$$

Соотношение (2.14) носит название **закона Гука**.

Силы трения проявляются при движении контактирующих тел или их частей относительно друг друга. Природа этих сил может быть различной, но в результате их действия всегда происходит превращение механической энергии в энергию теплового движения их частей.

Трение, возникающее при относительном перемещении соприкасающихся твердых тел, называется **внешним**. **Внутренним трением (вязкостью)** называют явление возникновения касательных сил, препятствующих перемещению частей одного и того же тела по отношению друг к другу (трение в жидкостях и газах).

Внешнее трение между поверхностями двух соприкасающихся твердых тел при отсутствии между ними жидкой или газообразной плослойки называется **сухим**. Сухое трение бывает двух типов: **трение покоя** (или статистическое трение) и **трение скольжения**. Если к телу, находящемуся в покое, при соприкосновении с другим телом, прикладывать возрастающую силу, параллельную плоскости соприкосновения, то при изменении этой силы от нуля до некоторого предельного значения F_0 движение тела не происходит; при $F > F_0$ тело приходит в движение. Предельное значение F_0 силы трения покоя пропорционально величине N силы нормального давления тела на опору:

$$F_0 = f_0 N, \tag{2.15}$$

где f_0 - безразмерный коэффициент статического трения.

Когда тело приходит в движение, начинается скольжение тел относительно друг друга. Возникающее при этом трение называется **трением**

скольжения. Сила трения скольжения пропорциональна силе N нормального давления:

$$F_{\text{тр}} = \mu \cdot N, \tag{2.16}$$

где μ - безразмерный коэффициент трения скольжения; $\mu < 1$. Сила нормального давления направлена перпендикулярно (нормально) к поверхности, вдоль которой тело движется или способно двигаться. Сила трения всегда направлена в противоположную сторону направлению движения. Тело труднее сдвинуть с места, чем затем поддерживать его движение, поэтому коэффициент трения покоя f_0 больше коэффициента трения скольжения для любой пары соприкасающихся тел.

2.7. Центростремительные силы

При движении тела по окружности с радиусом кривизны R тело обладает центростремительным ускорением a_n, которое направлено к центру окружности, и его величина равна (1.23) $a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$.

По второму закону Ньютона, это центростремительное ускорение вызывает центростремительная сила, приложенная к телу со стороны связей. Роль центростремительной силы могут выполнять: сила натяжения нити, сила трения, гравитационная сила и т.д.

Если связь оборвалась, то центростремительная сила исчезла и тело будет продолжать движение по инерции по направлению вектора линейной скорости в момент отрыва, т.е. по касательной к окружности. Величина центростремительной силы равна

$$F_{\text{ц.с}} = \frac{mv^2}{R} = m\omega^2 R. \tag{2.17}$$

2.8. Инерциальные и неинерциальные системы отсчета. Силы инерции

Механическое движение относительно, и его характер зависит от системы отсчета. Системы отсчета, в которых выполняется первый закон Ньютона (закон инерции), называются **инерциальными системами отсчета**. Это системы, которые либо покоятся, либо движутся равномерно и прямолинейно относительно какой-то другой инерциальной системы.

Системы отсчета, движущиеся относительно инерциальной системы с ускорением, называются **неинерциальными**. В них законы Ньютона несправедливы, однако если кроме сил взаимодействия тел друг на друга, ввести силы инерции, то законы динамики можно применять. Силы инерции обусловлены ускоренным движением системы отсчета относительно измеряемой системы: 1) при ускоренном поступательном движении системы отсчета; 2) при вращающейся системе отсчета, когда тело покоится или когда движется.

При поступательном ускоренном движении системы отсчета, например, троллейбуса при наборе скорости с остановки, его ускорение направлено вперед, и на пассажиров действует сила инерции, направленная назад, т.е. пассажира, сидящего по ходу троллейбуса, сила инерции прижимает к спинке сиденья. Наоборот, при торможении троллейбуса сила инерции направлена вперед и пассажир отдалается от спинки сиденья. Таким образом, сила инерции $F_и$ равна:

$$F_{и} = -ma_c, \tag{2.18}$$

где a_c - ускорение системы отсчета.

Если на тело со стороны связей действует сила, удерживающая тело на окружности, называемая центростремительной, то, согласно третьему закону Ньютона, тело действует на связь с такой же по величине силой, направленной от центра и называемой поэтому **центробежной силой инерции**. Следовательно, связи рвутся под действием центробежных сил. Вращая камень на нити, наша рука испытывает именно центробежную силу. Центробежная сила направлена по прямой от оси вращения и равна:

$$F_{ц.б} = -m\omega^2 R. \tag{2.19}$$

Действию центробежных сил инерции подвергаются пассажиры в движущемся транспорте на поворотах; летчики при выполнении фигур высшего пилотажа; центробежные силы инерции широко используются в технике: в центробежных насосах, сепараторах, регуляторах Уатта и т.д.

При проектировании и изготовлении быстро вращающихся деталей машин - роторов турбин, компресоров, электродвигателей и генераторов, винтов самолетов и других, принимаются специальные меры для уравновешивания центробежных сил инерции.

Если тело движется относительно вращающейся системы отсчета, то кроме центробежной силы появляется еще одна сила инерции, называемая силой Кориолиса, или кориолисовой силой инерции. Рассмотрим, как она возникает.

Возьмем диск, расположенный горизонтально, который вращается вокруг вертикальной оси. Запустим из точки О в точку А шарик со скоростью V. Если диск не вращается, то шарик будет катиться по прямой ОА (рис.7).

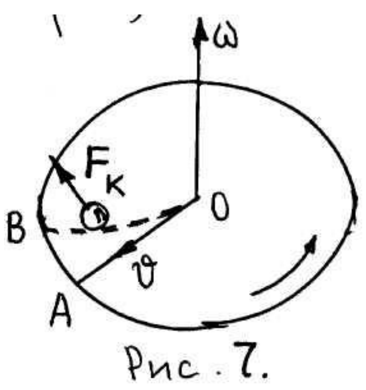


Рис. 7.

Если диск вращается в направлении, указанном стрелкой, то шарик будет катиться по кривой ОВ. Следовательно, шарик ведет себя относительно вращающейся системы отсчета так, как если бы на него действовала некоторая сила F_k, перпендикулярная к вектору скорости V. Сила F_k и есть кориолисова сила инерции, которая определяется по формуле:

$$F_k = 2m \cdot V \cdot \omega, \tag{2.20}$$

где m – масса движущегося тела, ω - угловая скорость вращающейся системы отсчета.

Земля – вращающаяся система отсчета, но идущие по поверхности Земли люди не замечают действие кориолисовой силы только потому, что ее величина мала вследствие сравнительно медленного вращения Земли. Однако именно сила Кориолиса приводит к тому, что все реки, текущие в северном полушарии Земли в самых разных направлениях, подмывают сильнее правые берега, а в южном – левые. По этой же причине ветры и морские течения в северном полушарии заворачивают направо, а в южном – в противоположную сторону.

Сила Кориолиса исчезает только в том случае, когда скорость предмета направлена вдоль оси вращения системы. Если движение происходит в перпендикулярном направлении, то сила Кориолиса максимальна.

3. Динамика вращательного движения твердого тела

В динамике вращательного движения твердого тела, помимо кинематических характеристик, вводятся две новые величины – момент силы и момент инерции. Рассмотрим твердое тело произвольной формы, имеющее ось вращения O_1O_2 и вращающееся под действием силы F. Силу F разложим на три составляющие: параллельную оси вращения $F_{||}$, перпендикулярную оси вращения $F_{\perp}$ и касательную к окружности радиусом r $F_в$ (рис. 8). Силы $F_{||}$ и $F_{\perp}$ могут вызвать лишь перемещение в направлении или перпендикулярно оси вращения, поэтому при рассмотрении вращательного движения они исключаются. Сила $F_в$ вызывает вращение тела, и ее называют **вращающей силой**. Действие вращающей силы зависит не только от ее численного значения, но и от расстояния от оси вращения до направления действия силы. Это расстояние называется плечом l, а произведение силы $F_в$ на плечо l называется **вращающим моментом** или **моментом силы относительно оси**:

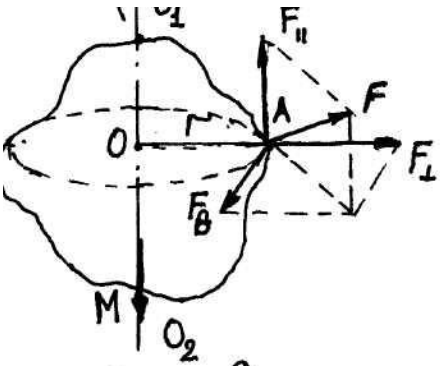


Рис. 8.

$$M = F_в \cdot l. \qquad (3.1)$$

Момент силы – вектор, он направлен вдоль оси, причем векторы $F_в$ и M образуют правовинтовую систему (рис.8).

3.1. Основной закон динамики вращательного движения

Пусть имеется твердое тело, которое может вращаться вокруг закрепленной оси. При этом любая точка тела будет описывать при своем движении окружность с центром, находящимся на оси вращения.

Разобъем все тело на частицы малой массы Δm_i, где i – обозначает номер частицы. К каждой такой частице применим второй закон динамики:

$$F_i = \Delta m_i \cdot a_i = \Delta m_i \cdot \varepsilon \cdot r_i,$$

где a_i - касательное ускорение, ε - угловое ускорение, r_i - радиус окружности для i-го тела. Вращающий момент i-го тела равен

$$M_i = F_i r_i = \Delta m_i \cdot r_i^2 \cdot \varepsilon.$$

Сумма вращающих моментов, действующих на каждую частицу тела, определяет момент внешней силы $F_в$:

$$M = \varepsilon \cdot \sum_{i=1}^{n} \Delta m_i r_i^2.$$

Величину $\sum_{i=1}^{n} \Delta m_i r_i^2$ обозначают символом J и называют моментом инерции твердого тела:

$$J = \sum_{i=1}^{n} \Delta m_i r_i^2, \qquad (3.2)$$

тогда вращающий момент, действующий на твердое тело относительно закрепленной оси, запишется в виде:

$$M = J\varepsilon. \qquad (3.3)$$

Уравнение (3.3) выражает основной закон динамики вращательного движения.

3.2. Момент инерции тел геометрически правильной формы

Если тело сплошное и однородное, оно представляет собой совокупность множества точек с бесконечно малыми массами dm, и момент инерции тела определяется интегралом по всему объему

$$J = \int r^2 dm. \qquad (3.4)$$

Момент инерции тела зависит от того, относительно какой оси вращается тело. Наиболее просто осуществить интегрирование уравнения (3.4) для случаев, когда ось вращения проходит через центр тяжести тела. В качестве примера найдем момент инерции диска радиусом R и толщиной h относительно оси, проходящей через центр диска перпендикулярно его плоскости (рис. 9).

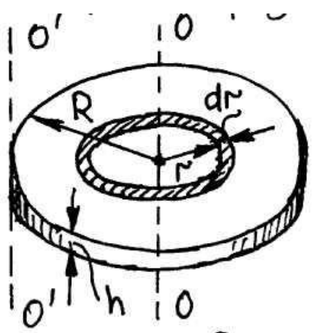


Рис. 9

Разобъем диск на кольцевые слои толщиной dr, все точки которого будут находиться на расстоянии r от оси. Объем такого слоя равен $dV = h \cdot 2\pi r \cdot dr$, а масса

$$dm = \rho \cdot h \cdot 2\pi r \cdot dr,$$

где ρ - плотность. Подставим dm в уравнение (3.4) и, проинтегрировав его в интервале от 0 до R, получим момент инерции диска в виде

$$J = \rho \int_0^R h \cdot 2\pi r^3 dr = 2\pi h\rho \frac{R^4}{4}.$$

Введя массу диска m, равную произведению плотности ρ на объем диска $h\pi R^2$, получим

$$J = \frac{mR^2}{2}. \qquad (3.5)$$

Аналогично этому расчету можно произвести вычисления моментов инерции и для других тел правильной симметричной формы относительно осей симметрии. Приведем ряд формул для вычисления моментов инерции:

1) момент инерции точечного тела с массой m, расположенного на расстоянии r от оси:

$$J = mr^2; \tag{3.6}$$

2) момент инерции однородного тонкого обруча, кольца, тонкостенного цилиндра относительно оси симметрии:

$$J = mR^2, \tag{3.7}$$

где R – радиус обруча, кольца, цилиндра;

3) момент инерции однородного сплошного шара радиусом R относительно оси, проходящей через центр шара:

$$J = \frac{2}{5}mR^2; \tag{3.8}$$

4) момент инерции однородного стержня относительно оси, проходящей через середину стержня, перпендикулярно к его длине l:

$$J = \frac{1}{12}ml^2. \tag{3.9}$$

Если известен момент инерции J_0 данного тела относительно оси, проходящей через центр тяжести этого тела (см. рис.9), а необходимо найти момент инерции J относительно параллельной оси *O’O’*, проведенной на расстоянии a от оси *OO*, то можно воспользоваться **формулой Штейнера**:

$$J = J_0 + ma^2. \tag{3.10}$$

Например, момент инерции диска относительно оси *O’O’* (см.рис.9) равен:

$$J = \frac{mR^2}{2} + mR^2 = \frac{3}{2}mR^2.$$

3.3. Закон сохранения момента импульса

При вращательном движении двух тел при их взаимодействии выполняется третий закон Ньютона для моментов сил (вращающих моментов):

$$M_{12} = -M_{21}, \tag{3.11}$$

где M_{12} – вращающий момент, действующий со стороны первого тела на второе, M_{21} – вращающий момент, действующий со стороны второго тела на первое.

При вращающем моменте M угловое ускорение, если начальная угловая скорость была ω_0, а через промежуток времени $\Delta\tau$ стала ω, равно

$$\varepsilon = \frac{\omega - \omega_0}{\Delta\tau},$$

и уравнение (3.3) примет вид

$$M = J\frac{\omega - \omega_0}{\Delta\tau},$$

или

$$M\Delta\tau = J\omega - J\omega_0. \tag{3.12}$$

Величина $M\Delta\tau$ называется **импульсом момента сил** (или импульсом вращающего момента), а величина, равная произведению момента инерции тела J на его угловую скорость, – **моментом импульса**.

Если два вращающихся тела взаимодействуют друг с другом в течение времени $\Delta\tau$, то импульсы моментов сил, действующих на тела, равны и противоположны по направлению:

$$M_{12} \cdot \Delta\tau = -M_{21} \cdot \Delta\tau.$$

Тогда согласно уравнения (3.12) можно записать

$$J_1 \; \omega_1' - \omega_1 \; = -J_2 \; \omega_2' - \omega_2 \; , \qquad (3.13)$$

где J_1 и J_2 –моменты инерции первого и второго тела, ω_1 и ω_2 - соответствующие их угловые скорости до взаимодействия, ω_1' и ω_2' - после взаимодействия. Преобразуем уравнение (3.13) к виду

$$J_1\omega_1 + J_2\omega_2 = J_1\omega_1' + J\omega_2'. \qquad (3.14)$$

Отсюда следует, что сумма моментов импульсов тел до и после взаимодействия равны.

Полученный результат будет справедлив для любой системы взаимодействующих тел, если внешние силы отсутствуют (изолированная система). Тогда

$$\sum_{i=1}^{n} J_i\omega_i = const. \qquad (3.15)$$

Это равенство выражает закон сохранения момента импульса: если суммарный момент всех внешних сил, действующих на систему тел относительно произвольной неподвижной оси, равен нулю, то векторная сумма моментов импульсов тел системы не изменяется с течением времени.

4. Механическая работа и энергия

4.1. Работа постоянной и переменной силы

Сила, действующая на движущееся тело, совершает над ним работу. Количественно совершаемая силой работа равна произведению составляющей силы в направлении движения на пройденное расстояние. В случае, если сила постоянна по величине и направлению, а путь прямолинеен, то работа A будет определяться как:

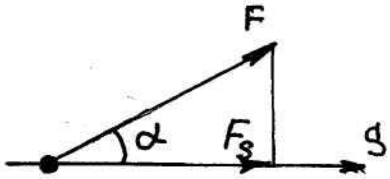


Рис. 10

$$A = F_s \cdot S, \text{ или } A = F \cdot S \cdot cos\alpha, \qquad (4.1)$$

где α – угол между направлением силы и направлением перемещения (рис.10) .

Работа – скалярная величина. Если сила и направление перемещения образуют острый угол ($cos\alpha > 0$), работа положительна ($A>0$). Если угол α - тупой ($cos\alpha < 0$), работа отрицательна ($A<0$). При $\alpha = \pi/2$ работа равна нулю.

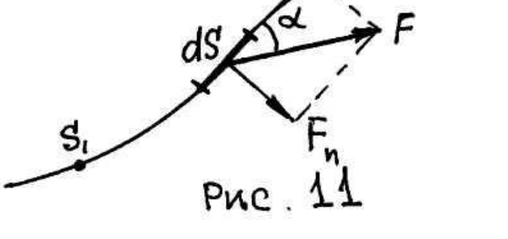


Рис. 11

Если тело под действием переменной силы перемещается по криволинейной траектории из точки S_1 в точку S_2 (рис.11), то весь пройденный путь разбиваем на элементарные участки dS. На элементарном участке dS силу можно считать постоянной и направление перемещения прямолинейным.

Тогда элементарная работа на каждом малом участке будет равна:

$$dA = FdS \cdot cos\alpha, \tag{4.2}$$

а полная работа на пути S_1S_2 определится интегралом:

$$A = \int_{S_1}^{S_2} F \cdot dS \cdot cos\alpha. \tag{4.3}$$

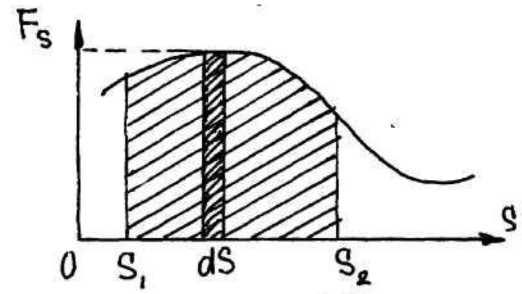


Рис. 12

При произвольном изменении силы F в зависимости от пройденного пути S полную работу можно найти графическим методом. Для этого построим график зависимости $F_s = f(S)$ (рис. 12). Элементарная работа

$$dA = F_s \cdot dS = F \cdot dS \cdot cos\alpha$$

будет изображена площадью полоски с основанием dS, а полная работа на пути S_1S_2 – площадью заштрихованной фигуры с основанием S_1S_2.

Из определения работы (4.1) можно определить единицу ее измерения. В СИ единица работы 1 джоуль (Дж)=1Н $\cdot$ 1м $= 1\,\frac{\text{кг}\cdot\text{м}^2}{\text{с}^2}$.

Для оценки эффективности работы любого механизма необходимо учитывать не только работу, совершенную машиной, но и быстроту выполнения работы. Величина, характеризующая скорость выполнения работы, называется мощностью. Мощность N равна отношению работы ΔA к промежутку времени Δt, за который она совершена

$$N = \frac{\Delta A}{\Delta t}. \tag{4.4}$$

Если машина работает неравномерно, то формула (4.4) будет определять среднюю мощность, а предел этого отношения при $\Delta t \to 0$ выражает **мгновенную мощность** (мощность в данный момент):

$$N = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{dA}{dt}. \tag{4.5}$$

Подставляя $dA = FdScos\alpha$, получим для мгновенной скорости выражение:

$$N = F \cdot \frac{dS}{dt} cos\alpha = F \cdot V \cdot cos\alpha. \tag{4.6}$$

Единицей измерения мощности в СИ является ватт (Вт): 1 Вт$=\frac{1\,\text{Дж}}{1\,\text{с}} = 1\,\frac{\text{кг}\cdot\text{м}^2}{\text{с}^3}$. До сих пор мощность некоторых механизмов измеряется в лошадиных силах: 1 л.с $\approx$736 Вт. Однако при нормальной работе лошадь развивает мощность около 400 Вт, а человек – около 100 Вт.

4.2. Кинематическая и потенциальная энергия

Все формы движения материи могут превращаться друг в друга в определенных количественных соотношениях. В качестве единой количественной меры различных форм движения материи и соответствующих им взаимодействий вводится скалярная величина, назывемая **энергией**. Энергия – это универсальная количественная мера движения и взаимодействия всех видов материи.

Мерой механического движения рассматриваемой системы, а также механического взаимодействия тел системы друг с другом и с внешними телами является механическая энергия. Изменение механической энергии системы тел ΔW определяется работой, совершаемой внешними силами, приложенными к системе:

$$\Delta W = A.$$

Когда работа внешних сил положительна (A>0), то энергия системы возрастает. Если работу совершает система, то ее энергия убывает. Следовательно, система может совершать работу только за счет изменения своей энергии.

Механическая энергия может быть двух видов – кинетическая и потенциальная. Кинетическая энергия является мерой механического движения и определяется работой, которую необходимо совершить, чтобы вызвать данное движение.

Для вычисления кинематической энергии возьмем тело массой m, на которое в течение времени Δt действует неизменная сила F. Эта сила вызовет изменения скорости от v_1 до v_2, и будет совершена работа

$$A = F \cdot S,$$

где S – путь, пройденный телом за время Δt в направлении действия силы. Согласно второму закону Ньютона

$$F = m\frac{v_2 - v_1}{\Delta t},$$

а пройденный путь за время Δt, зная среднюю скорость $v_{\text{ср}} = \frac{v_1+v_2}{2}$, определим как

$$S = v_{\text{ср}} \cdot \Delta t = \frac{v_1+v_2}{2} \cdot \Delta t.$$

Подставляя полученные выражения для F и S в формулу работы, найдем, что $A = m\frac{(v_2-v_1)}{\Delta t} \cdot \frac{(v_2+v_1)}{2} \cdot \Delta t = \frac{m(v_2^2-v_1^2)}{2}$, или

$$A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = T_2 - T_1. \quad (4.7)$$

Таким образом, кинетическая энергия тела массой m, движущегося со скоростью v, при поступательном движении равна

$$T = \frac{mv^2}{2}. \quad (4.8)$$

Следовательно, работа силы F на пути S равна изменению кинетической энергии тела, к которому эта сила приложена.

Потенциальная энергия (латинское слово potentia – возможность) – это энергия, обусловленная взаимным расположением тел или частей одного и того же тела и характером их взаимодействия.

Потенциальной энергией обладают упруго деформированные тела, сжатые газы, тела, поднятые над поверхностью Земли, и другие.

Для поднятия тела массой m, находящегося на высоте h_1 над Землей, на высоту h_2, необходимо совершить работу

$$A = P\ h_2 - h_1\ = mgh_2 - mgh_1.$$

Эта работа пойдет на увеличение энергии тела по отношению к поверхности Земли, т.е.

$$A = U_2 - U_1.$$

Энергия U системы тело-Земля и является потенциальной энергией тела, поднятого на высоту h

$$U = mgh. \tag{4.9}$$

Найдем потенциальную энергию упругодеформированного тела (пружины). Сила упругости пропорциональна деформации пружины X:

$$F_{\text{упр}} = -kX,$$

где k – коэффициент упругости (жесткость), знак минус указывает на то, что сила упругости направлена в сторону, противоположную деформации. По третьему закону Ньютона, для преодоления силы упругости необходимо приложить силу

$$F = -F_{\text{упр}} = kX.$$

Определим работу, которую необходимо совершить при изменении деформации от X_1 до X_2. Элементарная работа ΔA, совершаемая силой F при малой деформации dx, равна

$${}_{X_1}^{X_2} Rxdx = \frac{kX_2^2}{2} - \frac{kX_1^2}{2}.$$

Эта работа идет на увеличение энергии деформированного тела

$$A = U_2 - U_1.$$

Таким образом, потенциальная энергия упругодеформированного тела (пружины) равна

$$U = \frac{kX^2}{2}. \tag{4.10}$$

4.3. Закон сохранения механической энергии

Механическая энергия характеризует движение и взаимодействие системы тел и является функцией скоростей и взаимного расположения тел. Движение определяет кинетическая энергия, а взаимное расположение тел определяет потециальная энергия. Сумму кинетической и потенциальной энергий называют **полной механической энергией** E=T+U. Если в данной системе тел действуют только внутренние силы, то полная механическая энергия тел, составляющих систему, не изменяется. Это закон **сохранения механической энергии**.

Кинематическая и потенциальная энергии могут переходить друг в друга, но при этом их сумма не меняется. Для примера рассмотрим тело, падающее с высоты h (рис.13). Покажем, что его полная энергия в любой промежуточной точке будет одной и той же.

Считаем, что тело в начальный момент покоилось, находясь на высоте h, и имело потенциальную энергию $U=mgh$. Тело свободно падает и на высоте h_1 имеет кинетическую энергию $T = \frac{mv^2}{2}$ и потенциальную $U=mgh_1$. Полная энергия $E = \frac{mv^2}{2} + mgh_1$. Скорость тела на высоте h_1 равна $v = \overline{2g(h-h_1)}$ и

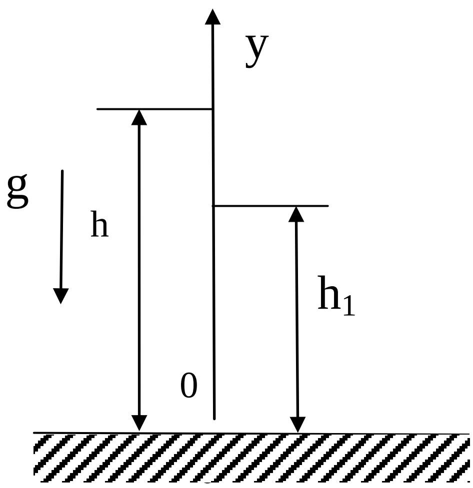


Рис. 13

кинетическая энергия $T = mg\ h - h_1$. Тогда полная энергия $E = T + U = mg\ h - h_1\ + mgh_1 = mgh = const$, т.е. полная механическая энергия системы тел не меняется.

Механическая энергия системы может переходить в другие виды, например, в тепловую. При этом, если движение частей системы совершается под действием только внутренних сил, оно может существовать до тех пор, пока не исчерпан запас полной энергии всей системы.

4.4. Кинетическая энергия вращающегося и катящегося твердого тела

Кинетическую энергию вращающегося вокруг неподвижной оси твердого тела находим, разбивая тело на элементарные объемы, массы которых равны m_i.

Линейная скорость элементарной массы m_i равна $v_1 = \omega r_1$, где ω - угловая скорость вращающегося твердого тела, одинаковая для всех точек, r_1 - расстояние массы m_i от оси вращения. Следовательно, для кинетической энергии i-й элементарной массы получается выражение:

$$T_i = \frac{m_i v_i^2}{2} = \frac{1}{2} m_i \omega^2 r_i^2.$$

Кинетическая энергия вращающегося твердого тела равна сумме энергий его частей:

$$T = \sum_{i=1}^{n} T_i = \frac{1}{2}\omega^2 \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2,$$

где $\sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2 = J$ - момент инерции тела относительно оси вращения. Таким образом, кинетическая энергия твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси, равна

$$T = \frac{J\omega^2}{2}. \qquad (4.11)$$

Если тело, массой m, например цилиндр или шар, катящийся по поверхности без скольжения, совершает вращательное движение, а центр тяжести его, через который проходит ось вращения, перемещается поступательно со скоростью v, то полная кинетическая энергия складывается из энергий поступательного и вращательного движений:

$$T = \frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}. \qquad (4.12)$$

В качестве примера определим полную кинетическую энергию катящегося сплошного цилиндра. Учитывая, что момент инерции цилиндра

$J = \frac{mR^2}{2}$ и угловая скорость ω определяется через линейную v по формуле $\omega = \frac{v}{R}$, формула (4.12) запишется в виде:

$$T = \frac{mv^2}{2} + \frac{mR^2}{2} \cdot \frac{v^2}{R^2 \cdot 2} = \frac{3}{4}mv^2.$$

5. Механические колебания и волны

Колебаниями называются движения или процессы, точно или приблизительно повторяющиеся через одинаковые промежутки времени. В зависимости от физической природы колебания разделяются на механические, электромагнитные, электромеханические и др. Однако различные колебательные процессы описываются одинаковыми характеристиками и одинаковыми уравнениями.

По характеру воздействия на колеблющееся тело (или процессы) различают **свободные** (или собственные) **колебания** и **вынужденные колебания**. Свободные, или собственные, колебания совершаются за счет первоначально сообщенной энергии при последующем отсутствии внешних воздействий на колеблющуюся систему. Свободные колебания будут незатухающими, если не происходит рассеяние энергии в окружающее пространство. Однако реальные колебательные процессы – затухающие, так как на колеблющееся тело всегда действуют силы сопротивления.

Вынужденные колебания совершаются под действием внешней периодически изменяющейся силы, которую называют вынуждающей.

Рассмотрим механические колебания, при которых повторяются изменения положений и скоростей каких-либо тел или частей тел. Эти изменения могут происходить под действием сил тяжести, упругих сил, сил поверхностного натяжения или каких-то других сил. Силу, под действием которой происходит колебательный процесс, называют **возвращающей** силой, так как она стремится тело, отклоненное от положения равновесия, вернуть в это положение. Во многих случаях системы (тела) совершают колебания, которые можно считать гармоническими.

5.1. Гармонические колебания и их характеристики

Гармоническими (или **простыми**) **колебаниями** называются такие колебательные движения, при которых смещение тела от положения равновесия совершается по закону синуса или косинуса. Гармонические колебания играют важную роль при рассмотрении любых периодических процессов. Дело в том, что очень многие сложные процессы можно свести к сумме достаточного числа гармонических колебаний различных периодов, амплитуд и начальных фаз.

Гармонические колебания проще всего рассмотреть на примере равномерного вращения материальной точки на окружности радиуса r, с угловой скоростью ω (рис. 14).

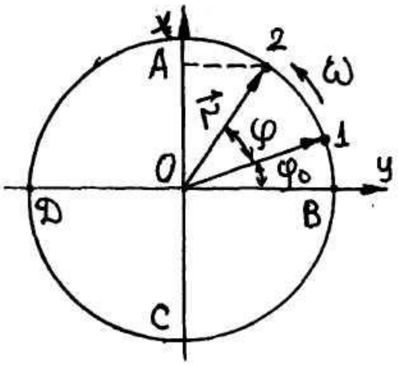


Рис. 14.

Проекция материальной точки на любой диаметр окружности, например, на диаметр АОС, будет совершать гармонические колебания около точки О (положение равновесия).

Расстоянием проекции точки от положения равновесия является **смещение X**, которое равно

$$X = r \cdot \sin\ \varphi + \varphi_0\ ,$$

где r=A – максимальное смещение из положения равновесия, называется **амплитудой.** φ_0 - начальная фаза, $\varphi = \omega t$ - угол поворота из точки 1 в точку 2, $\omega t + \varphi_0$ - фаза колебаний. Тогда

$$X = Asin\ \omega t + \varphi_0\ . \tag{5.1}$$

Уравнение (5.1), определяющее смещение X как функцию времени, представляет собой **уравнение гармонического колебания**. В этом уравнении ω носит название **круговой**, или **циклической, частоты**:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\vartheta,$$

где Т – период колебаний (время одного полного колебания), ϑ - частота колебаний.

5.2. Дифференциальное уравнение гармонических колебаний

Скорость материальной точки при колебательном движении является производной от смещения (5.1) по времени

$$v = \frac{dx}{dt} = \omega Acos\ \omega t + \varphi_0\ , \tag{5.2}$$

где $\omega A = v_0$ - максимальная скорость (амплитуда скорости).

Ускорение является производной от скорости (5.2) по времени или второй производной от смещения:

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2X}{dt^2} = -\omega^2 Asin\ \omega t + \varphi_0\ , \tag{5.3}$$

где $\omega^2 A = a_0$ - максимальное ускорение (амплитуда ускорения).

Сравнивая выражения (5.1) и (5.3), получим:

$$\frac{d^2X}{dt^2} + \omega^2\text{X} = 0. \tag{5.4}$$

Уравнение (5.4) называется **дифференциальным уравнением собственных гармонических колебаний.**

Сила F=ma, действующая на колеблющуюся материальную точку массой m, с учетом (5.1) и (5.3) равна

$$F = -m\omega^2 X.$$

Следовательно, сила пропорциональна смещению из положения равновесия и направлена в противоположную сторону.

Кинематическая энергия материальной точки, совершающей прямолинейные гармонические колебания, равна:

$$T = \frac{mv^2}{2} = \frac{m\omega^2A^2}{2} \cdot cos^2\ \omega t + \varphi_0\ , \tag{5.5}$$

или

$$T = \frac{m\omega^2 A^2}{4} \cdot [1 + cos2\ \ \omega t + \varphi_0\ . \qquad (5.6)$$

Из этого выражения видно, что период колебаний кинетической энергии колеблющейся точки вдвое меньше периода колебаний самой точки.

Потенциальная энергия материальной точки, совершающей гармонические колебания под действием силы F, равна

$$U = -\int_0^x F dx = \int_0^x m\omega^2 x dx = \frac{m\omega^2 X^2}{2} = \frac{m\omega^2 A^2}{4} \cdot sin^2\ \ \omega t + \varphi_0\ . \qquad (5.7)$$

$$U = \frac{m\omega^2 A^2}{4} \cdot [1 - cos2\ \ \omega t + \varphi_0\ . \qquad (5.8)$$

Сложив кинетическую и потенциальные энергии, получим формулу для **полной энергии**:

$$E = T + U = \frac{m\omega^2 A^2}{2}. \qquad (5.9)$$

5.3. Гармонический осциллятор. Маятники

Гармоническим осциллятором называется система, которая описывается уравнением (5.4) в виде

$$\frac{d^2X}{dt^2} + \omega^2 \mathrm{X} = 0.$$

Примерами гармонического осциллятора являются пружинный, физический и математический маятники. Рассмотрим свойства этих маятников.

Пружинный маятник представляет собой груз массой m, подвешенный на упругой пружине жесткостью k (рис.15).

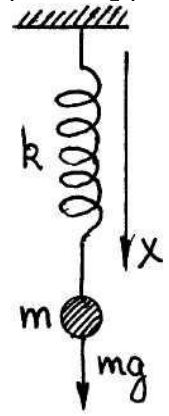


Рис. 15

Если груз сместить из состояния равновесия на X, то под действием силы упругости пружины F=-kx груз будет совершать колебания. Уравнение движения груза

$$ma = -kx,$$

или

$$\frac{d^2X}{dt^2} + \frac{k}{m} x = 0,$$

где $\frac{k}{m} = \omega^2$ - квадрат собственной (циклической) частоты колебаний пружинного маятника. Следовательно, циклическая частота пружинного маятника:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}, \qquad (5.10)$$

и период колебаний

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}. \qquad (5.11)$$

Физический маятник – это любое твердое тело произвольной формы, способное вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через точку О, не совпадающей с его центром масс, находящимся в точке А (рис.16). Расстояние от точки А до точки О обозначим через l.

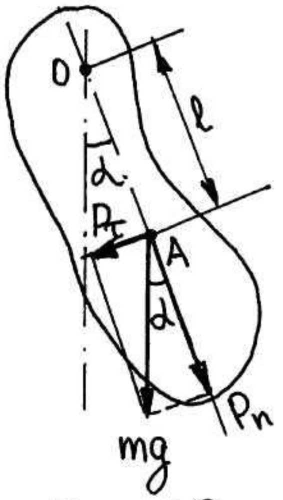


Рис. 16

Если маятник отклонить из положения равновесия на некоторый угол α, то в соответствии с основным законом динамики вращательного движения твердого тела (3.3) момент M возвращающей силы F можно записать в виде:

$$M = J\varepsilon = J\frac{d^2\alpha}{dt^2} = P_\tau l = -mglsin\alpha \approx -mgl\cdot\alpha, \quad (5.12)$$

где J – момент инерции маятника, относительно оси, проходящей через точку О, $P_\tau = -mgsin\alpha \approx -mg\alpha$ - возвращающая сила (знак минус, так как сила P_τ и угол α всегда противоположны, $sin\alpha \approx \alpha$ соответствует малым колебаниям, т.е. $\alpha \leq 7^0$).

Уравнение (5.12) запишем в виде

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{mgl}{J}\alpha = 0, \quad (5.13)$$

где $\omega = \sqrt{\frac{mgl}{J}}$ - циклическая частота физического маятника.

Период колебаний физического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mgl}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}, \quad (5.14)$$

где $L = \frac{J}{ml}$ - приведенная длина физического маятника.

Математическим маятником называется система из тяжелого шарика, подвешенного на длинной, нерастяжимой нити, причем размеры маятника много меньше длины нити (материальная точка). Математический маятник можно представить как частный случай физического маятника, у которого вся масса сосредоточена в одной точке – центре масс. Тогда момент инерции шарика относительно оси вращения будет равен

$$J = ml^2, \quad (5.15)$$

где l – длина маятника (длина нити).

Подставляя выражение (5.15) в формулу (5.14), получим период малых колебаний математического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (5.16)$$

5.4. Сложение одинаково направленных колебаний. Биения

Решение ряда вопросов облегчается, если изображать колебания графически. Возьмем ось X (рис.17), из точки О, взятой на оси, отложим вектор длиной А, образующий с осью угол α. Приведем этот вектор во вращение с угловой скоростью ω, тогда

$$y = Asin\ \omega t + \alpha\ .$$

Следовательно, проекция конца вектора на ось y будет совершать гармонические колебания с амплитудой А, равной длине вектора, круговой частотой ω, равной угловой скорости вращения вектора и начальной фазой, равной углу между осью и вектором в начальный момент времени.

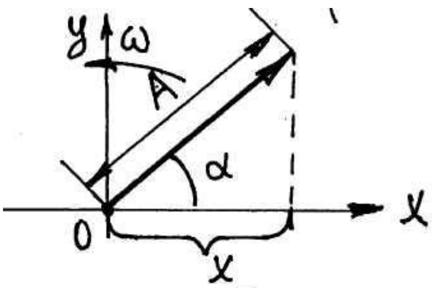


Рис. 17

Рассмотрим сложение одинаково направленных колебаний с одинаковой частотой, но отличающихся начальной фазой и амплитудой (рис.18). Тело 1 колеблется относительно точки О, и его смещение равно

$$y_1 = A_1 \sin\ \omega t + \alpha_1\ .$$

Тело 2 колеблется относительно тела 1 и смещение тела 2 относительно тела 1, равно

$$y_2 = A_2 \sin\ \omega t + \alpha_2\ .$$

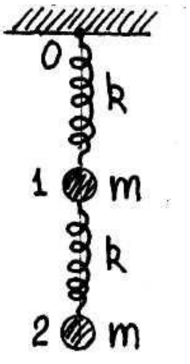


Рис. 18

Суммарное смещение y колеблющегося тела 2 имеет вид: $y = y_1 + y_2 = A sin(\omega t + \alpha)$,

где A и α - амплитуда и начальная фаза результурующего колебания тела 2.

Значения A и α найдем с помощью векторного представления колебаний (рис.19). Так как все векторы амплитуд A_1 и A_2 вращаются с одинаковой угловой скоростью ω, то и результирующий вектор A будет вращаться с такой же скоростью с начальной фазой α. Из построения (рис. 19) видно, что

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos\ \alpha_2 - \alpha_1\ , \qquad (5.17)$$

$$tg\alpha = \frac{A_1 sin\alpha_1 + A_2 sin\alpha_1}{A_1 cos\alpha_1 + A_2 cos\alpha_2}. \qquad (5.18)$$

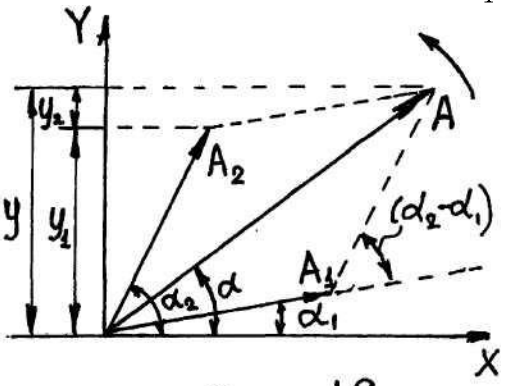


Рис. 19

Анализируя уравнение (5.17), видим, что при сложении колебаний возможны следующие случаи. Если разность фаз колебаний $\alpha_2 - \alpha_1$ равна нулю, амплитуда результурующего колебания A= A_1 + A_2. Если $\alpha_2 - \alpha_1$ равна $+\pi$ или $-\pi$, т.е. оба колебания находятся в противофазе, то А=| A_1 - A_2|.

Если частоты колебаний y_1 и y_2 неодинаковы, то результирующие вектор и фаза все время будут меняться по величине; будет наблюдаться сложный хаотически изменяющийся колебательный процесс. Однако если два складываемых гармонических колебания одинакового направления мало отличаются по частоте и имеют одинаковые амплитуды, то результирующее колебание в этом случае будет происходить с периодически изменяющейся амплитудой. Такое колебание называется **биением**.

Путь частоты складываемых колебаний равен ω и $\omega + \Delta\omega$, причем $\Delta\omega \ll \omega$, начальные фазы обоих колебаний раны нулю

$$y_1 = A sin\omega t,\ \ y_2 = A sin\ \omega + \Delta\omega\ t.$$

Складывая эти выражения с учетом, что $\Delta\omega/2 \ll \omega$, найдем

$$y = 2A\cos\frac{\Delta\omega}{2}\cdot t \;\; \sin\omega t. \qquad (5.19)$$

Поэтому результирующее колебание y можно рассматривать как гармоническое с частотой ω, амплитуда A^{+} которого измеряется по периодическому закону:

$$A^{+} = 2A\cos\frac{\Delta\omega}{2}\cdot t\,. \qquad (5.20)$$

Период биений

$$T_б = 2\pi/\Delta\omega.$$

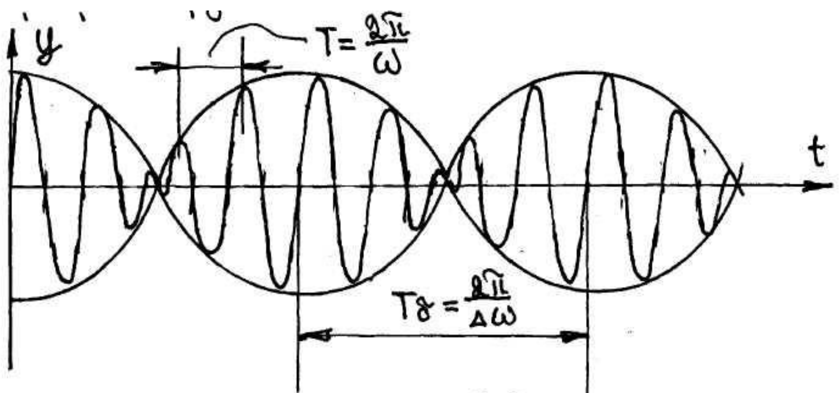


Рис. 20

График функции (5.19) изображен на рис. 20.

Метод биений используется для определения частоты тона, для сравнения измеряемой величины с эталонной, для настройки музыкальных инструментов, анализа слуха и т.д.

5.5. Сложение взаимно перпендирулярных колебаний

Рассмотрим результат сложения двух гармонических колебаний одинаковой частоты ω, происходящих во взаимно перпендикулярных направлениях вдоль осей X и У (рис.21). Выберем начало отсчета так, чтобы начальная фаза первого колебания была равна нулю.

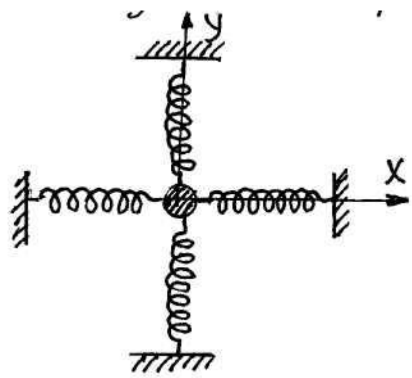


Рис. 21

Тогда уравнения колебаний запишутся следующим образом:

$$X = A_1 \sin\omega t,\; Y = A_2 \sin(\omega t + \Delta\varphi), \qquad (5.21)$$

где A_1 и A_2 – амплитуды колебаний, $\Delta\varphi$ - разность фаз обоих колебаний.

Уравнение траектории результирующего колебания найдем, исключая из уравнений (5.21) время t. Для этого развернем второе из уравнений (5.21) по формуле для синуса суммы:

$$Y/A_2 = \sin\omega t \cos\Delta\varphi + \cos\omega t\cdot\sin\Delta\varphi. \qquad (5.22)$$

Из первого уравнения следует, что

$$\sin\omega t = X/A_1 \text{ и } \cos\omega t = \sqrt{1 - X^2/A_1^2}. \qquad (5.23)$$

Подставим $sin\omega t$ и $cos\omega t$ в формулу (5.22) и после несложных преобразований получим

$$\frac{Y^2}{A_2^2}+\frac{X^2}{A_1^2}-2\frac{XY}{A_1A_2}cos\Delta\varphi = sin^2\Delta\varphi. \qquad (5.24)$$

Уравнение (5.24) является **уравнением эллипса**, оси которого произвольно ориентированы относительно координатных осей X и У. Рассмотрим форму траектории в некоторых частных случаях.

Если разность фаз $\Delta\varphi$=0, то уравнение (5.24) примет вид

$$\frac{Y}{A_2}-\frac{X}{A_1}{}^{2}=0,$$

откуда получим уравнение прямой

$$Y=\frac{A_2}{A_1}X. \qquad (5.25)$$

При $\Delta\varphi=\pm\pi$ получим

$$Y=-\frac{A_2}{A_1}X. \qquad (5.26)$$

При $\Delta\varphi=\pm\pi/2$ уравнение (5.24) переходит в

$$\frac{X^2}{A_1^2}+\frac{Y^2}{A_2^2}=1, \qquad (5.27)$$

т.е. в уравнение эллипса, причем полуоси равны соответствующим амплитудам.

В общих случаях сложение взаимоперпендикулярных колебаний приводит к **фигурам Лиссажу** (рис. 22).

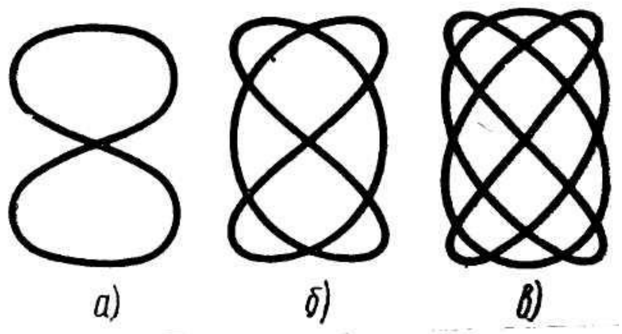


Рис. 22

Конфигурация этих кривых зависит от отношения амплитуд, начальных фаз и частот соответствующих колебаний. На рис. 22 показаны фигуры для случаев, когда соотношение частот ω_2/ω_1 равно: а) 2/1, б) 3/2, в) 4/3.

5.6. Затухающие и вынужденные колебания. Резонанс

В реальных колебательных системах вследствие потерь энергии амплитуда с течением времени уменьщается и колебания затухают. Если параметры, приводящие к затуханию колебаний, не меняются в ходе процесса, то колебательная система называется линейной и описывается дифференциальным уравнением свободных затухающих колебаний в виде

$$\frac{d^2x}{dt^2}+2\beta\frac{dx}{dt}+\omega_0^2X=0, \qquad (5.28)$$

где $\beta=const$ - коэффициент затухания, ω_0 - циклическая частота незатухающих колебаний той же колебательной системы (при $\beta=0$).

Решение уравнения (5.28) в случае малых затуханий ($\beta^2\ll\omega_0^2$) имеет вид

$$X = A_0 e^{-\beta t} \sin\ \omega t + \varphi_0\ , \tag{5.29}$$

где

$$A = A_0 e^{-\beta t} \tag{5.30}$$

- амплитуда затухающих колебаний, A_0 – начальная амплитуда, $\omega = \overline{\omega_0^2 - \beta^2}$ - циклическая частота затухающих колебаний. Зависимость (5.29) показана на рис. 23 сплошной линией, а зависимость (5.30) пунктирными линиями.

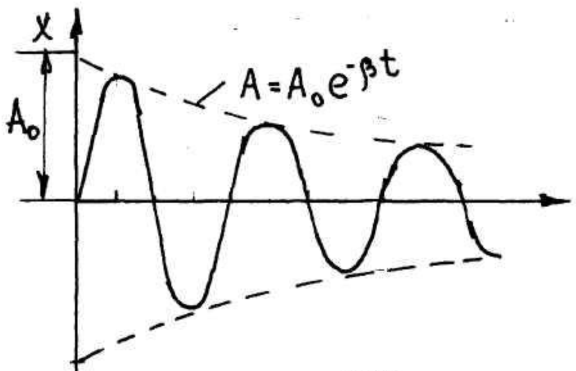


Рис. 23.

Промежуток $\tau = 1/\beta$, в течение которого амплитуда колебаний уменьшается в e раз, называется **временем затухания**. Период затухающих колебаний равен

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\overline{\omega_0^2 - \beta^2}}.$$

Если $A(t)$ и $A(t+T)$ – амплитуды двух колебаний, отличающихся на период, то отношение $\frac{A(t)}{A(t+T)} = e^{\beta T}$ называется **декрементом затухания**, а его логарифм – **логарифмическим декрементом затухания.**

$$\lambda = ln\frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T. \tag{5.31}$$

Чтобы в реальной колебательной системе получить незатухающие колебания, необходимо компенсировать потери энергии. Такая компенсация возможна с помощью внешней возбуждающей силы, которая меняется по гармоническому закону

$$F = F_0 cos\omega t. \tag{5.32}$$

С учетом силы (5.32) дифференциальное уравнение (5.28) для вынужденных колебаний запишется в виде

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 X = F_0 cos\omega t. \tag{5.33}$$

Предположим, что установившиеся вынужденные колебания являются гармоническими

$$X = Asin\ \omega t + \varphi_0\ .$$

Тогда

$$\frac{dx}{dt} = A\omega cos\ \omega t + \varphi_0\ . \tag{5.34}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = A\omega^2 cos\ \omega t + \varphi_0 + \pi/2\ , \tag{5.35}$$

$$X = Acos\ \omega t + \varphi_0 - \pi/2\ . \tag{5.36}$$

Подставим уравнения (5.34), (5.35) и (5.36) в уравнение (5.33)

$$\omega^2 cos\ \omega t + \varphi_0 + \pi/2\ + 2\beta\omega A\omega cos\ \omega t + \varphi_0\ +$$

$$+\omega_0^2 cos\ \omega t + \varphi_0 - \pi/2\ = \frac{F_0}{A} cos\omega t.$$

Из этого уравнения следует, что постоянные величины A и φ_0 должны иметь такие значения, чтобы гармоническая функция $F_0 cos\omega t$ была равна сумме трех гармонических функций, стоящих в левой части уравнения. Для определения A и φ_0 применим метод векторных диаграмм (рис. 24).

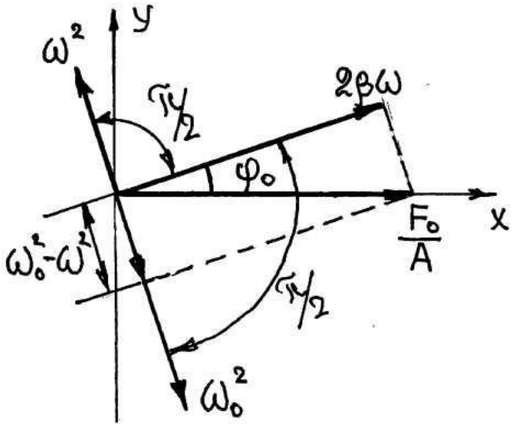


Рис. 24.

Из полученной векторной диаграммы находим значение амплитуды и φ_0:

$$A = \frac{F_0}{\sqrt{(\omega_0^2-\omega^2)^2+4\beta^2\omega^2}}, \tag{5.37}$$

$$tg\varphi_0 = \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2-\omega^2}. \tag{5.38}$$

Исследуем выражение (5.37) для амплитуды вынужденных колебаний. При $\omega = 0$ получим $\varphi_0(0) = 0$ и $A(0) = \frac{F_0}{\omega_0^2}$; в этом случае колебаний нет и наблюдается статическая деформация (смещение). Если существует затухание ($\beta \neq 0$), то для различных коэффициентов затухания амплитуда вынужденных колебаний в зависимости от ω показана на рис. 25.

Рис : 25

Максимальное значение амплитуды будет в том случае, когда подкоренное выражение, стоящее в знаменателе выражения (5.37), будет иметь минимальное значение. Исследование на минимум подкоренного выражения показывает, что $\omega_{рез}$ равно

$$\omega_{рез} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}.$$

При малом затухании (при $\beta \ll \omega_0$) амплитуда стремится к бесконечно большому значению при $\omega = \omega_0$. Это явление получило название **резонанс**.

5.7. Волны в упругих средах

Среда состоит из частиц, между которыми действуют силы взаимодействия. Если какую-либо частицу среды привести в колебательное движение, то вследствие наличия сил взаимодействия между частицами среды колебания этой частицы будут вызывать вынужденные колебания у соседних с ней частиц, но с некоторым отставанием по фазе. Эти колеблющиеся частицы будут вызывать колебания следующих частиц и т.д. Вследствие колебания частиц в элементах среды будут наблюдаться упругие деформации, которые будут перемещаться от одной точки к другой. В среде начнут распространяться периодические деформации с определенной скоростью V, зависящей от свойств среды.

Процесс распространения колебательного движения частиц среды и деформаций называется **волновым процессом** или просто **волной**. В зависимости от характера возникающих при этом упругих деформаций различают волны продольные и поперечные. В **продольных волнах** частицы среды колеблются вдоль направления распространения колебаний. В **поперечных волнах** частицы среды колеблются перпендикулярно к направлению распространения волны. В жидкостях и газах наблюдаются только продольные упругие волны. В твердых телах могут быть и продольные, и поперечные волны.

Найдем уравнение волны, которое позволит находить смещение любой точки волны в любой момент времени. Допустим, что волновой процесс распространяется в направлении оси ОХ со скоростью V (рис.26).

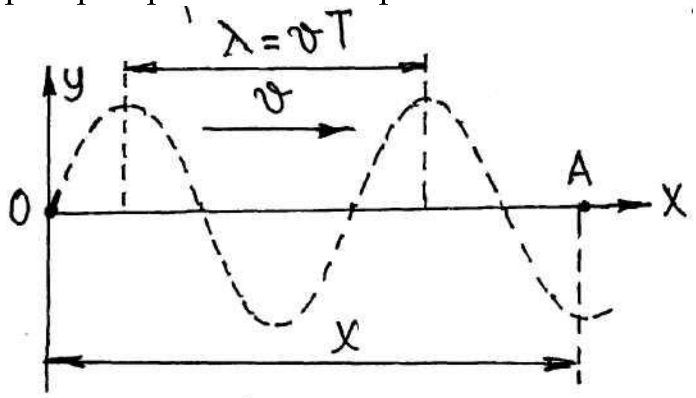


Рис. 26.

Для простоты рассуждений предположим, что начало отсчета времени выбрано так, что в точке О при $t=0$ колеблющаяся величина $Y=0$, т.е. $\varphi_0 = 0$; тогда уравнение колебаний точки О имеет вид:

$$Y = A_0 sin\omega t, \tag{5.39}$$

где $\omega = \frac{2\pi}{T}$ - угловая частота, T – период, A_0 – амплитуда колебаний, ωt – фаза колебаний в точке О. Необходимо найти фазу колебаний в любой другой точке А, отстоящей от точки О на расстояние Х.

В точке А в момент времени t будет такое же состояние колебательного движения, какое было в точке О на $\frac{X}{V}$ секунд раньше. Таким образом, фаза колебаний в точке А в момент времени t будет равна $\omega(t - \frac{X}{V})$. Следовательно, значение колеблющейся величины в точке А в момент времени t:

$$Y = A_0 sin\omega(t - \frac{X}{V}). \tag{5.40}$$

Это соотношение называется **уравнением волны**. Таким образом, уравнение волны также, как уравнение колебаний, представляет собой синусоиду (рис. 26).

Одной из основных характеристик волны является длина волны λ. Длина волны – это наименьшее расстояние между двумя точками волны, колеблющихся в одной фазе (например, между двумя соседними гребнями (рис. 26)), или расстояние, на которое волна распространяется за время, равное периоду Т. Зная длину волны λ и период, можно определить скорость распространения волны:

$$v = \frac{\lambda}{T}. \tag{5.41}$$

Так как прохождение волн сопровождается колебанием частиц среды, то вместе с волной переносится в пространстве и энергия. Интенсивность волны или плотность потока энергии определяется отношением энергии, переносимой волной через площадку, перпендикулярную направлению распространения волны, к продолжительности времени переноса и размеру площадки:

$$Y = \frac{1}{2}\rho\omega^2 A_0^2 v, \qquad (5.42)$$

где ρ - плотность среды, ω - круговая частота.

5.8. Стоячие волны

Когда две одинаковые волны с равными амплитудами и периодами колебания распространяются навстречу друг другу, то при наложении этих волн возникают стоячие волны. Чаще всего стоячие волны наблюдаются, если бегущая волна отражается от какого-либо препятствия.

Уравнения волн, распространяющихся в противоположных направлениях, имеют вид:

$$y_1 = A_0 sin\omega\left(t - \frac{X}{V}\right), y_2 = A_0 sin\omega\left(t + \frac{X}{V}\right). \qquad (5.43)$$

Это означает, что в начале координат (X=0) обе волны колюблются в одинаковой фазе. В точке А (рис.26) с координатой X суммарное значение колеблющейся величины равно:

$$y = y_1 + y_2 = 2A_0 cos\omega\frac{X}{V} sin\omega t. \qquad (5.44)$$

Из полученного уравнения (5.44) следует, что в каждой точке среды происходит гармоническое колебание с частотой ω, но с разной амплитудой, зависящей от X.

$$A_{ст} = 2A_0 cos\omega\frac{X}{V} = 2A_0 cos2\pi\frac{X}{\lambda}. \qquad (5.45)$$

В точках среды, в которых $cos2\pi\frac{X}{\lambda} = 0$, колебания отсутствуют, эти точки называются **узлами колебаний**. Косинус равен нулю, если $2\pi\frac{X}{\lambda} = \frac{\pi}{2}(2k+1)$, и тогда положение узлов будет определяться по формуле:

$$X = \frac{\lambda}{4}(2k+1), \qquad (5.46)$$

где k=0,1,2…

В точках, где $cos2\pi\frac{X}{\lambda} = \pm 1$, амплитуда колебаний имеет максимальное значение, равное *$2A_0$*; эти точки называются **пучностями колебаний,** и их положение определяется по формуле

$$X = k\frac{\lambda}{2}. \qquad (5.47)$$

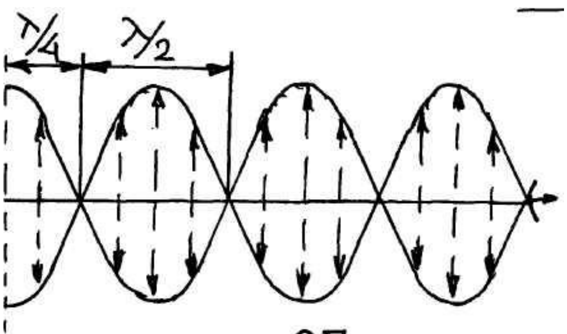


Рис. 27.

Волновой процесс в среде, описываемый формулой (5.44), называется **стоячей волной** (рис.27). Расстояние между соседними узлами (пучностями) является длиной стоячей волны $\lambda_{ст} = \lambda/2$, где λ - длина бегущих волн.

В стоячей волне все точки среды, расположенные между двумя соседними узлами, колеблются в одной фазе (синфазно). Точки среды, лежащие по разные стороны от узла, колеблются в противофазе; фазы их колебаний отличаются на π, т.е. при переходе через узел фаза колебаний скачкообразно меняется на π.

В отличие от бегущих волн, в стоячей волне отсутствует перенос энергии, так как образующие эту волну прямая и обратная волны переносят энергию в равных количествах в противоположных направлениях.

В том случае, когда волна отражается от среды более плотной, чем та среда, где распространяется волна, в месте отражения возникает узел; при отражении от менее плотной среды – в месте отражения будет пучность.

6. Механика жидкостей и газов

Механика жидкостей и газов, или гидроаэромеханика, – разрел механики, в котором изучают равновесие и движение жидких и газообразных сред, а также их взаимодействие между собой и с погруженными в них телами. Основные задачи гидроаэромеханики состоят в определении сил, действующих на твердое тело, движущееся в жидкости или газе, в определении параметров жидкости или газа вблизи поверхности твердых тел, в исследовании движении воды в морях и океанах, а также движение воздуха в атмосфере, в исследовании движения жидкости или газа внутри каналов различной формы.

6.1. Давление в неподвижных жидкостях и газах

Большая подвижность частиц и малая сжимаемость жидкости являются ее отличительными особенностями. В отличие от жидкостей газы обладают относительно хорошей сжимаемостью. Несмотря на то, что свойства жидкостей и газов во многом отличаются, в ряде механических явлений их поведение описывается одинаковыми параметрами и идентичными уравнениями. При равновесии и движении жидкостей и газов, их взаимодействии между собой и обтекаемыми ими твердыми телами - используется единый подход к изучению и жидкостей, и газов.

Взаимодействие жидкостей и газов с твердыми телами, а также между соседними слоями жидкости или газа происходит не в отдельных точках, а на поверхности соприкосновения. Поэтому для характеристики подобных взаимодействий вводится физическая величина, которая носит название давление. Давление (p) – это отношение силы F, действующей перпендикулярно к поверхности соприкосновения к площади S этой поверхности: $p=F/S$.

Если внутрь покоящейся жидкости или газа поместить тонкую невесомую пластинку площадью ΔS, то части жидкости или газа, расположенные по обе стороны от нее, будут действовать с силами ΔF, которые независимо от ориентации пластинки равны по величине и перпендикулярны к площадке (рис. 28), так как наличие касательных сил привело бы частицы в движение.

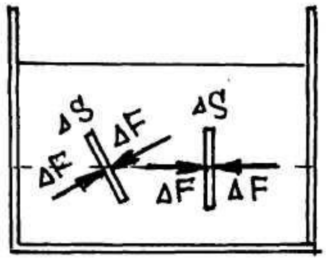


Рис. 28

Эти силы существуют и при отсутствии пластинки, для любой мысленно проведенной площадки ΔS. Таким образом, любую точку жидкости или газа можно характеризовать давлением $p = \Delta F / \Delta S$ при условии, что размеры ΔS очень малы. Единица давления – паскаль (Па): 1Па=1Н/м^2.

Если не учитывать действие силы тяжести, то давление будет одним и тем же во всем объеме независимо от формы сосуда. Это положение определяет закон Паскаля: **Если к некоторой части поверхности, ограничивающей газ или жидкость, приложено давление, то оно одинаково передается любой части этой поверхности им всего объема**. Учет силы тяжести приводит к возникновению давления, обусловленного весом жидкости. При равновесии жидкости давление по горизонтали всегда одинаково, иначе не было бы равновесия. Если жидкость несжимаема, то ее плотность одинакова во всех точках объема. Тогда при поперечном сечении сосуда S, высоте столба жидкости h и плотности ρ вес $P = \rho g h S$, а давление на нижнюю часть жидкости и сосуда равно

$$p = P / S = \frac{\rho g h S}{S} = \rho g h. \qquad (6.1)$$

Давление $\rho g h$ называется **гидростатическим давлением**, оно линейно возрастает с глубиной погружения h.

Если в жидкости мысленно выделить вертикальный цилиндр с поперечным сечением S, то на верхнее основание цилиндра будет действовать сила $F_1 = p_1 S = \rho g h_1 S$, на нижнее основание - $F_2 = p_2 S = \rho g h_2 S$ (рис.29).

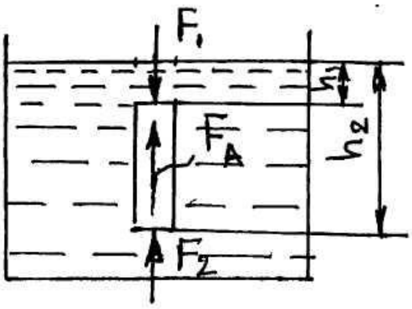


Рис. 29

В результате на выделенный цилиндр будет действовать сила $F_A = F_2 - F_1$, направленная вертикально вверх. После преобразований получим $F_A = \rho g S\ (h_2 - h_1) = \rho g V = m_ж g$. Если вместо выделенного цилиндра поместить какое-либо тело, то выталкивающая сила останется и будет определяться законом Архимеда: на тело, погруженное в жидкость (или газ), действует выталкивающая сила, направленная вертикально вверх и равная весу жидкости (газа), вытесненной телом жидкости (газа):

$$F_A = \rho_ж V g, \qquad (6.2)$$

где $\rho_ж$ - плотность жидкости (газа), V – объем погруженного в жидкость (гз) тела. Разность между выталкивающей силой и весом тела называется **подъемной силой**.

Воздух, окружающий Землю (атмосфера), находится в поле сил тяготения. Следовательно, давление атмосферы подобно давлению слоев жидкости. При вычислении атмосферного давления отсчет высоты h ведется от поверхности Земли с учетом изменения плотности воздуха. Давление атмосферы на высоте h определяется барометрической формулой:

$$p = p_0 \cdot \mathrm{e}^{\frac{-\rho g h}{\rho_0}}, \tag{6.3}$$

где p_0 - давление над уровнем Земли, e – основание натурального логарифма, ρ_0 - плотность воздуха на уровне Земли, h – высота над уровнем Земли.

6.2. Уравнение неразрывности и формула Бернулли

Движение жидкостей называется **течением**, а совокупность частиц движущейся жидкости – **потоком**. Раздел механики, занимающийся изучением закономерностей движения жидкостей, а также движением тел в жидкостях, называется **гидродинамикой**.

Рассмотрим течение идеальной жидкости, в которой отсутствуют силы внутреннего трения (вязкости). Течение жидкости является **установившимся** или (**стационарным**), если форма потока, а также значения скорости в каждой ее точке со временем не изменяются.

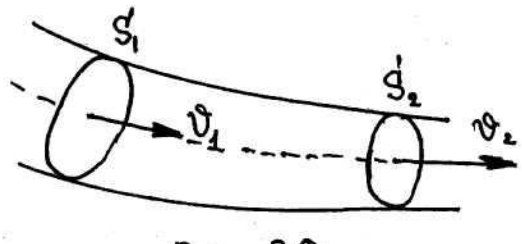


Рис. 30

Возьмем поток жидкости переменного сечения (рис.30) и определим объемный расход жидкости через сечения потока S_1 и S_2 за время Δt. Через сечение S_1 объемный расход $Q_1 = \frac{V_1}{\Delta t} = \frac{S_1 \cdot \Delta l_1}{\Delta t} = S_1 v_1$, через S_2 - $Q_2 = \frac{V_2}{\Delta t} = \frac{S_2 \cdot \Delta l_2}{\Delta t} = S_2 v_2$, где v_1 и v_2 – скорости течения жидкости через сечения S_1 и S_2 соответственно. Так как поток жидкости не претерпевает разрыва, то объемный расход в любом сечении потока будет одинаковым, т.е.

$$S_1 v_1 = S_2 v_2 = const. \tag{6.4}$$

Соотношение (6.4) называется уравнением неразрывности для несжимаемой жидкости.

В стационарно текущей жидкости выделим поток, ограниченный сечениями S_1 и S_2, по которому слева направо течет жидкость. Во входном сечении S_1 давление P_1, скорость V_1 и высота сечения над произвольным уровнем h_1; в выходном сечении S_2 соответственно P_2, V_2 и h_2 (рис.31).

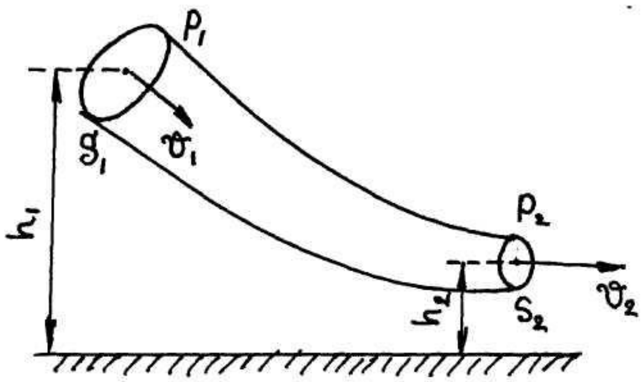


Рис. 31

Масса m жидкости, проходящей за время Δt через сечение S_1, имеет кинетическую энергию, равную $\frac{mV_1^2}{2}$, и обладает потенциальной энергией mgh_1.

В результате действия сил давления на сечения S_1 и S_2 со стороны слоев жидкости производится работа

$$A = p_1 S_1 l_1 - p_2 S_2 l_2,$$

где путь l_1 за время Δt равен $l_1 = V_1\Delta t$, а путь $l_2 = V_2\Delta t$. Согласно уравнению неразрывности (6.4) объемы, входящие в S_1 за время Δt и выходящие через S_2, равны, т.е.

$$S_1V_1\Delta t = S_2V_2\Delta t = V.$$

Тогда $A = p_1 - p_2\ V$. Из закона сохранения энергии изменение полной энергии $E_2 - E_1$ идеальной несжимаемой жидкости равно работе А внешних сил по перемещению массы m жидкости:

$$A = p_1 - p_2\ V = E_2 - E_1 = \frac{mV_2^2}{2} + mgh_2 - \frac{mV_1^2}{2} + mgh_1 . \qquad (6.5)$$

Разделив выражение (6.5) на V и учитывая, что плотность жидкости $\rho = m\ V$, получим после преобразования

$$\frac{\rho V_1^2}{2} + \rho g h_1 + p_1 = \frac{\rho V_2^2}{2} + \rho g h_2 + p_2.$$

Так как сечения выбирались произвольно, то для любого сечения можно записать

$$\frac{\rho V^2}{2} + \rho g h + p = const. \qquad (6.6)$$

Выражение (6.6) получено русским физиком Д. Бернулли (1700-1782) и называется **уравнением Бернулли**. В этом уравнении p – статическое давление, $\frac{\rho V^2}{2}$ - динамическое давление и $\rho g h$ - гидростатическое давление.

Уранение Бернулли лежит в основе решения многих задач гидродинамики. Оно применимо для маловязких жидкостей, таких как вода, и во многих случаях для воздуха.

6.3. Силы внутреннего трения (вязкость) и режимы течения жидкостей

Движение реальных жидкостей (газов) можно вызвать или затормозить силами трения между слоями. При этом слои жидкости, прилегающие к стенкам трубы, двигаются почти с нулевой скоростью, наибольшая скорость будет вдоль оси трубы. Это различие скоростей обусловлено трением слоев жидкости друг о друга, которое называется **внутренним трением** (или **вязкостью**).

Ньютон установил, что сила трения между слоями жидкости, движущимися с различными скоростями, зависит от площади соприкосновения слоев и от того, как быстро меняется скорость при переходе от одного слоя к другому перпендикулярно оси трубы:

$$F = \eta \frac{\Delta V}{\Delta X} \cdot S, \qquad (6.7)$$

где η - динамическая вязкость, $\frac{\Delta V}{\Delta X}$ - изменение скорости при расстоянии между слоями $\Delta X, S$ – площадь соприкосновения слоев. Единицей вязкости согласно формуле (6.7) является Па · с (Паскаль · секунда).

Поток вязкой жидкости (газа) может быть ламинарным или турбулентным. При **ламинарном** (слоистом) течении каждый выделенный тонкий слой скользит относительно соседних, не перемешиваясь с ними. В случае **турбулентного** (вихревого) течения происходит образование вихрей и перемешивание различных слоев жидкости и газа. Английский ученый О. Рейнольдс (1842-1912) показал, что характер течения определяется величиной безразмерного коэффициента

$$Re = \frac{\rho V d}{\eta}, \qquad (6.8)$$

где ρ - плотность жидкости (газа), V - средняя (по сечению трубы) скорость потока, d – диаметр трубы, η - коэффициент вязкости.

Величина Re называется числом Рейнольдса. Если $Re \le 1000$, то наблюдается ламинарное течение, при $Re > 2300$ течение будет турбулентное. Если $Re \approx 1000 - 2300$, то будет наблюдаться переходный процесс от ламинарного к турбулентному течению.

При ламинарном течении жидкости по трубе радиуса r и длиной l при постоянной разности давления $\Delta p = p_1 - p_2$ на ее концах объемный расход находится по формуле:

$$Q = \frac{(p_1 - p_2)\pi r^2}{8\eta l}. \qquad (6.9)$$

Силу сопротивления ждикости, возникающую при движении в ней твердых тел, можно определить по **закону, установленному Стоксом** при наблюдении за движением шарика малого радиуса r. Согласно этому закону, сила сопротивления при малых скоростях V движения находится по уравнению

$$F = 6\pi\eta r V. \qquad (6.10)$$

Уравнения (6.9) и (6.10) используются для экспериментального определения коэффициента вязкости различных жидкостей.

7. Специальная теория относительности

7.1. Преобразования Галилея

Итальянский физик Г.Галилей (1564-1642) установил **механический принцип отностительности (принцип относительности Галилея)**, который заключается в том, что во всех инерциальных системах отсчета законы динамики имеют одинаковую форму.

Для доказательства рассмотрим две системы отсчета – инерциальную систему К (с координатами X, Y, Z) и систему К' (с координатами X', Y', Z'), движущуюся относительно К равномерно и приямолинейно со скоростью v_0 ($v_0 = const$). В момент времени *t=0* начала координат обоих систем совпадают и к началу времени t системы будут занимать положение (рис. 32). Скорость v_0 направлена вдоль оси X.

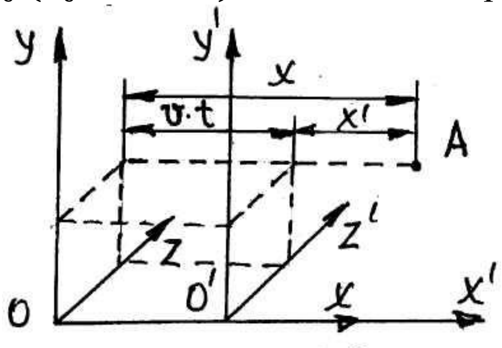


Рис. 32

Найдем связь между координатами произвольной точки А в обеих системах. Из рис.32 видно, что $X = X' + v_0 t', Y = Y', Z = Z'$ при переходе из системы К' к системе К. При переходе из системы К к системе К' получим уравнения X’=X-t, Y’=Y, Z’=Z. В классической механике ход $v_0 t$ времени во всех инерциальных системах отсчета одинаков, т.е. t=t’. Все полученные уравнения, описывающие переход от одной инерциальной системы отсчета к другой, носят название классических преобразований Галилея. Записанные соотношения справедливы лишь при скоростях много меньше скорости света ($v_0 \ll c$).

$$\begin{array}{cc} K \to K' & K' \to K \\ X' = X - v_0 t & X = X' + v_0 t \\ Y' = Y & Y = Y' \\ Z' = Z & Z = Z' \\ t' = t & t = t' \end{array} \qquad (7.1)$$

Продифференцировав уравнение $X = X' + v_0 t$ по времени, получим

$$v = v' + v_0, \qquad (7.2)$$

которое является правилом сложения скоростей в классической механике. Ускорение в системе отсчета К

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d(v' + v_0)}{dt} = \frac{dv\prime}{dt} = a'. \qquad (7.3)$$

Следовательно, ускорение точки А в обеих системах одинаково, т.е. уравнения динамики при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой не изменяются; это и есть механический принцип относительности Галилея.

7.2. Постулаты специальной теории относительности (СТО)

До сих пор мы рассматривали классическую механику, в которой предполагалось движение со скоростью, значительно меньшей скорости света ($v \ll c$). В классической механике времени приписывается абсолютное значение, если же инерциальные системы отсчета двигаются друг относительно друга со скоростями, близкими к скорости света, то время и пространство взаимосвязаны друг с другом. Эта взаимосвязь и следствия из нее были рассмотрены А. Эйнштейном в **специальной теории относительности**, которую называют также **релятивистской механикой**.

Основой специальной теории относительности являются два постулата А.Эйнштейна. Первый постулат является распространением механического принципа Галилея на все без исключения физические явления и формулируется следующим образом: **все законы физики одинаковы во всех инерциальных системах отсчета**.

Второй постулат является обобщением опытов Майкольсона и Морли по определению скорости света в различных инерциальных системах отсчета. Пользуясь этими данными, А.Эйнштейн утверждает, что **скорость света в пустоте одинакова во всех инерциальных системах отсчета и не зависит от движения источников и приемников света.**

Из постулатов вытекает ряд важных выводов, касающихся свойств пространства и времени. В классической механике пространство и время рассматривались независимо друг от друга, и тогда два события, одновременные в какой-либо системе отсчета, будут одновременными и во всех остальных системах отсчета. Однако легко убедиться в том, что последнее утверждение, характерное для классической механики, находится в противоречии с принципом постоянства скорости света.

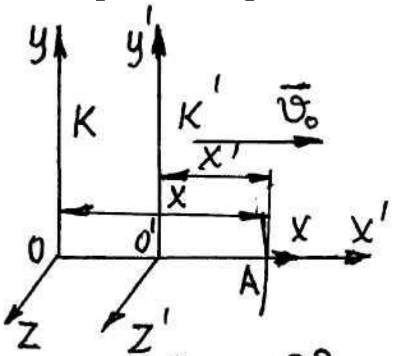


Рис. 33

Возьмем две инерциальные системы отсчета К и К’ (рис.33). Пусть в момент времени *t=t’=0* начала систем координат совпадают. В этот момент в начале координат происходит вспышка света и система К’ начинает двигаться относительно системы К со скоростью v_0 вдоль оси Х. В некоторый момент времени луч света приходит в точку А и в системе К проходит путь Х=ct, в системе К’-Х’=c’t’, где t и t’ – время в системах К и К’ соответственно. Так как скорость света во всех инерциальных системах одинакова, то с=с’, а $\mathrm{X} \neq \mathrm{X}'$ (рис.33) и тогда $t \neq t'$. Отсюда следует, что время в разных системах отсчета течет неодинаково.

7.3. Преобразования Лоренца для времени и координат

Лоренц предложил преобразования для объяснения постоянства скорости света во всех инерциальных системах отсчета в 1904 году. Год спустя А.Эйнштейн независимо от Лоренца получил те же преобразования на основе своей теории относительности.

Для получения преобразований Лоренца рассмотрим две системы отсчета К и К’. К’ – система движется относительно системы К со скоростью v_0 (рис. 33). Преобразования Галилея в классической механике имеют вид (7.1) $X' = X - v_0t$; $X' = X - v_0t$ при $v_0 \ll c$. Если же скорость v_0 соизмерима со скоростью света с, то преобразования могут быть записаны

$$X = k'\ X' + v_0t'\ , \tag{7.4}$$

$$X' = k\ X + v_0t\ , \tag{7.5}$$

где k*’=k* – некоторая константа. k=*k’* в соответствии с первым постулатом Эйнштейна.

Если световой импульс в момент времени *t=t’=0* излучается из общего начала систем отсчета, то за время *t* он пройдет вдоль оси Х расстояние *X=ct*, а за время *t’* – *X’=ct’*. Уравнения (7.4) и (7.5) примут вид:

$$ct = k\ ct' + v_0t'\ = k\ c + v_0\ t,$$

$$ct' = k\ ct + v_0t\ = k\ c - v_0\ t.$$

Перемножив левые и правые части полученных уравнений, получим

$$c^2 = k^2\ c^2 - v_0^2\ .$$

Отсюда

$$k = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v_0^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}, \tag{7.6}$$

где $\beta = \frac{v_0}{c}$ (для сокращения записи).

Для преобразования времени подставим (7.4) в (7.5) $\frac{X\prime}{k} = \ k\ X' + v_0 t' \ - v_0 t$. Отсюда

$$t = \frac{kX}{v_0} - \frac{X\prime}{kv_0} + kt' = kt' + \frac{kX'}{v_0}\left(1 - \frac{1}{R^2}\right) \text{ и тогда } t = R\left(t' + \frac{X\prime v_0}{c^2}\right). \tag{7.7}$$

Подставив коэффициент k (7.6) в уравнения (7.4), (7.5) и (7.7), получим преобразования Лоренца для координат и времени

$$\begin{array}{ll} K \to K' & K \to K' \\ X' = \frac{X - v_0 t}{\sqrt{1-\beta^2}} & X = \frac{X' + v_0 t}{\sqrt{1-\beta^2}} \\ Y' = Y & Y = Y' \\ Z' = Z \quad , & Z = Z' \quad . \\ t' = \frac{t - \frac{v_0 X}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}} & t = \frac{t' + \frac{v_0 X\prime}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}} \end{array} \tag{7.8}$$

Из преобразований Лоренца вытекают следующие выводы:

1. Измерение времени и положения тела зависит от системы отсчета.

2. При малых скоростях $(v_0 \ll c)$ преобразования Лоренца переходят в преобразования Галилея.

3. Скорости тел не могут быть больше скорости света в вакууме, так как при $v_0 > c$ выражения (7.8) для X, t, X’, t’ теряют физический смысл (становятся мнимыми).

7.4. Следствия из преобразований Лоренца

Рассмотрим некоторые физические понятия и закономерности, которые характерны для специальной теории относительности и вытекают из преобразований Лоренца.

7.4.1. Интервал

Постоянство скорости света в вакууме в различных инерциальных системах отсчета приводит к тому, что пространство и время оказываются взаимосвязанными, образуя единство пространства и времени. Любое событие определяется точкой, где оно произошло (коотдинатами X, Y, Z) и временем t. Если ввести воображаемое четырехмерное пространство, то в этом пространстве каждому событию соответствует точка с координатами X, Y, Z, ct. Эту точку принято называть **мировой точкой**. Всякой частице в четырехмерном пространстве соответствует некоторая линия, называемая **мировой линией**.

В четырехмерном пространстве квадрат «расстояния» между двумя точками называется интервалом, величина которого определяется в системе К соотношением:

$$\Delta S^2 = c^2 \Delta t^2 - \Delta X^2 - \Delta Y^2 - \Delta Z^2, \tag{7.9}$$

где $\Delta t = t_2 - t_1, \Delta X = X_2 - X_1, \Delta Y = Y_2 - Y_1,\ \Delta Z = Z_2 - Z_1$. Величина интервала во всех инерциальных системах имеет одинаковое значение, т.е. $\Delta S'^2 = \Delta S^2$. Таким образом, интервал (7.9) является инвариантом по отношению к переходу от одной инерциальной системы отсчета у другой.

7.4.2. Относительность одновременности событий

Событием является любое явление, происходящее в точке с координатами X, Y, Z в любой момент времени t. Для двух событий, происходящих в одной и той же точке, одновременность определяется по показанию часов в той точке, где события происходят.

Пусть в системе К в точках с координатами X_1 и X_2 происходят одновременно два события в момент времени $t_1=t_2=t$. В системе К' этим событиям будут соответствовать моменты времени

$$t_1' = \frac{t - \frac{v_2}{c^2}X_1}{\sqrt{1-\beta^2}},\ t_2' = \frac{t - \frac{v_0}{c^2}X_2}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Из этих формул видно, что если события в системе К пространственно разделены ($X_1 \neq X_2$), но одновременны ($t_1=t_2$), то в системе К' они не будут одновременными ($t_1' \neq t_2'$). Например, если $X_2>X_1$, то $t_1' > t'_2$, и, находясь в системе отсчета К', сначала увидим событие в точке X_2, затем в точке X_1.

7.4.3. Относительность длины (расстояний)

Рассмотрим стержень, находящийся в покое относительно системы К' и расположенный вдоль оси X'. Его длина в системе отсчета К' равна $l_0 = X_2' - X_1'$. Относительно системы отсчета К стержень движется со скоростью v_0, и его длина в этой системе отсчета равна $l = X_2 - X_1$, координаты концов стержня X_1 и X_2 в один и тот же момент времени $t_1=t_2=t$. Чтобы найти соотношение между l_0 и l, определим координаты концов стержня в разных системах отсчета:

$$X_1' = \frac{X_1 - v_0 t}{\sqrt{1-\beta^2}}, \qquad X_2' = \frac{X_2 - v_0 t}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

откуда $X_2' - X_1' = \frac{X_2 - X_1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ или $l_0 = \frac{l}{\sqrt{1-\beta^2}}$.

Таким образом, длина стержня максимальна в той системе отсчета, относительно которой он находится в покое.

$$l = l_0 \sqrt{1-\beta^2}. \qquad (7.10)$$

В направлении движения размеры тел сокращаются и сокращаются тем больше, чем больше скорость движения. Это явление носит название **лоренцевое** или **релятивистское сокращение** длины.

7.4.4. Длительность событий в разных системах

Пусть в некоторой точке системы К' (с координатами X') происходит событие, длительность которого (разность показаний часов в конце и начале события) $\Delta t_0' = t_2' - t_1'$. В системе К началу и концу событий соответствуют моменты времени:

$$t_1 = \frac{t_1' - \frac{v_0 x'}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}}\ , t_2 = \frac{t_2' - \frac{v_0 x'}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}}\ .$$

Длительность события в системе К равна

$$t_2 - t_1 = \frac{t_2' - t_1'}{\sqrt{1-\beta^2}}, \text{ или } \Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\beta^2}}. \qquad (7.11)$$

Из соотношения (7.11) следует, что $\Delta t_0 < \Delta t$, т.е. длительность события минимальна в той системе отсчета, относительно которой событие происходит (находится в покое).

В связи с обнаружением замедления времени возникла проблема «парадокса часов» (иногда рассматривается «парадокс близнецов»). Представим себе, что осуществляется полет к звезде на космическом корабле, который летит со скоростью, когда $\sqrt{1-\beta^2}$=0,01. Тогда если полет для космонавта продлится 1 год, то на Землю по земным часам он вернется через 100 лет (в этом заключается парадокс).

На самом деле никакого парадокса нет. Он возникает в результате того, что мы обе системы (Землю и корабль) считаем инерциальными, в то время как Земля во все время полета считается инерциальной, а корабль испытывает ускорение (при разгоне и посадке), и назвать его инерциальной системой нельзя.

Однако эффект замедления времени - факт реальный, и впервые его обнаружили на μ – мезонах. Среднее время жизни покоящегося μ – мезона равно $2{,}2 \cdot 10^{-6}$ с. Образуясь в верхних слоях атмосферы ($\approx$ 30 км), двигаясь со скоростью света, он должен пройти всего 660 м, т.е. достичь Земли он не может. Однако μ – мезон достигает поверхности Земли, и объясняется это замедлением времени: для земного наблюдателя срок жизни μ – мезона $\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$, а путь этой частицы в атмосфере $v \cdot \Delta t = \beta \cdot c \cdot \Delta t = \beta \cdot c \cdot \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$. Так как $\beta \approx 1, v\Delta t \gg c\Delta t_0$.

7.5. Релятивистская динамика

7.5.1. Релятивистский закон сложения скоростей

Рассмотрим движение материальной точки в системе К', которая двигается относительно системы К со скоростью v_0. Проекции скорости этой точки в системе К на оси X, Y, Z:

$$U_X = \frac{dx}{dt}, U_Y = \frac{dy}{dt}, U_Z = \frac{dz}{dt},$$

и в системе K_1' на оси X', Y', Z':

$$U_X' = \frac{dx'}{dt'}, \qquad U_Y' = \frac{dy'}{dt'}, \qquad U_Z' = \frac{dz'}{dt'}.$$

Продифференцируем по времени преобразования Лоренца для координат

$dx = \frac{dx' + v_0 dt'}{\sqrt{1-\beta^2}}, dy = dy',\ dz = dz'$

и для времени

$$dt = \frac{dt' + v_0 dx'/c^2}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Тогда скорость равна $\frac{dx}{dt} = \frac{dx' + v_0 dt'}{dt' + v_0 dx'/c^2}$.

Разделив числитель и знаменатель на dt', получим:

$$U_X = \frac{U'_X + v_0}{1 + \frac{U'_X v_0}{c^2}};\ U_Y = \frac{U'_Y \sqrt{1-\beta^2}}{1 + \frac{U'_X v_0}{c^2}}\ ;\ U_Z = \frac{U'_Z \sqrt{1-\beta^2}}{1 + \frac{U'_X v_0}{c^2}}\ . \tag{7.12}$$

Эти соотношения выражают закон сложения скоростей.

7.5.2. Относительность массы тела

Рассмотрим упругое соударение двух частиц А и В, одна из которых находится в системе К, другая в системе К'. К' – система движется относительно системы К равномерно со скоростью v_0. Свойства частиц А и В абсолютно одинаковы по наблюдениям, выполненным в системе отсчета, где они находятся.

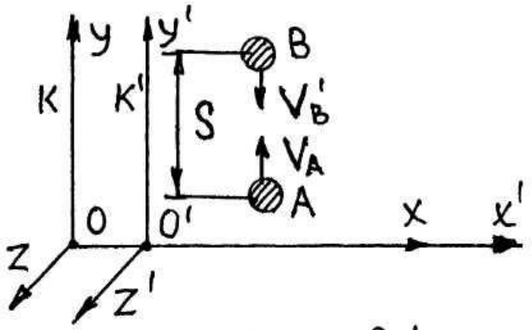


Рис. 34.

Перед соударением частица А находилась в покое в системе К, а частица В – в системе К'. Затем в один и тот же момент А сообщают движение в направлении +Y со скоростью V_A, а В – вдоль направления –Y' со скоростью V'_B, причем $V_A = V'_B$ (рис.34). Значит, поведение А, по наблюдениям из К-системы, в точности совпадает с поведением В, по наблюдениям из К'-системы. Когда частицы упруго сталкиваются, А отскакивает в обратном направлении со скоростью V_A, а В – со скоростью V'_B. Если частицы двигаются из положений, разделенных расстоянием S, то наблюдатель в К-системе обнаруживает, что соударение произошло в точке Y=S/2, а наблюдатель в К'-системе считает, что оно случилось в точке Y'=S/2. Следовательно, время Δt_0, затраченное на перемещение частицы А к месту соударения и обратно, согласно перемещениям в системе К, равно $\Delta t_0 = \frac{S}{V_A}$, а та же величина для частицы В в системе К' равна $\Delta t_0 = \frac{S}{V'_B}$.

По закону сохранения импульса в системе отсчета К в момент взаимодействия получим

$$m_A V_A = m_B V_B, \tag{7.13}$$

где m_A и m_B - массы частиц А и В, а V_A и V_B - их скорости **по измерениям в системе К**. В этой системе скорость V_B находится из соотношения $V_B = S/\Delta t$, где Δt - время, необходимое **по измерениям в системе К**. В К'-системе, однако, перемещение частицы В требует времени Δt_0, а относительно К-системы

$$\Delta t = \Delta t_0 / \sqrt{1-\beta^2},$$

тогда $V_B = \frac{S\sqrt{1-\beta^2}}{\Delta t_0}$. Подставив выражения для V_A и V_B в уравнение (7.13), находим, что импульс сохраняется, если

$$m_A = m_B \sqrt{1-\beta^2}. \tag{7.14}$$

Принимая, что скорости движения частиц много меньше относительной скорости движения систем отсчета друг относительно друга ($V_A \ll v_0$ и $V_B \ll v_0$) в системе К $m_A = m_0$, а $m_B = m$, и значит,

$$m = m_0/\sqrt{1-\beta^2}. \tag{7.15}$$

Масса m называется **релятивистской массой**, а m_0 - **массой покоя** (собственной массой).

Масса тела, движущегося со скоростью v_0 относительно наблюдателя, больше массы того же тела, покоящегося относительно наблюдателя, в $\frac{1}{\sqrt{1-v_0^2/c^2}}$ раз. Или масса тела минимальна в той системе отсчета, в которой тело находится в покое.

7.5.3. Закон взаимосвязи массы и энергии

Самая известная формула Эйнштейна в специальной теории относительности касается массы и энергии. Соотношение между ними можно получить из определения кинетической энергии Т движущегося тела как работы, затраченной на приведение тела в состояние движения. Итак, элементарное изменение кинетической энергии $dT = FdS$, где F – составляющая приложенной силы вдоль направления перемещения dS. Силу F находим, принимая во внимание изменение массы m и скорости v,

$$F = \frac{dp}{dt} = \frac{d(mv)}{dt} = m\frac{dv}{dt} + v\frac{dm}{dt} \text{ и тогда}$$

$$dT = mdv\frac{dS}{dt} + vdm\frac{dS}{dt} = v^2dm + m\frac{dv^2}{2}. \tag{7.16}$$

Из формулы относительности массы

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-v_0^2/c^2}}$$

найдем значение

$$v_0^2 = (1 - \frac{m_0^2}{m^2})c^2 \tag{7.17}$$

и дифференциал от v_0

$$d\left(v_0^2\right) = \frac{2m_0^2}{m^3}\cdot c^2dm. \tag{7.18}$$

Следовательно, приращение кинетической энергии

$$dT = \left(1 - \frac{m_0^2}{m^2}\right)c^2dm + m\frac{1}{2}\frac{2m_0^2}{m^3}\cdot c^2dm = c^2dm. \tag{7.19}$$

После интегрирования (7.19) получим

$$T = mc^2 + const.$$

Если тело находится в покое, то $v=0$, $m=m_0$, кинетическая энергия равна нулю и

$$const = -m_0c^2,$$

$$\text{а } T = mc^2 - m_0c = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right). \tag{7.20}$$

Величина $E = mc^2$ называется **полной энергией**, а величина $E_0 = m_0c^2$ назывется **энергией покоя**.

Полная энергия тела пропорциональна его релятивистской массе, следовательно, всякое изменение энергии тела сопровождается изменением его релятивистской массы, и наоборот

$$E = mc^2. \qquad (7.21)$$

Это выражение носит название **закона взаимосвязи релятивистской массы и энергии.**

II. Основы молекулярной физики и термодинамики

Молекулярная физика – раздел физики, в котором изучается строение и свойства веществ в твердом, жидком и газообразном состояниях и зависимость физических свойств тел от их строения и особенностей молекулярного движения.

Процессы, изучаемые молекулярной физикой, являются результатом действия большого числа молекул (давление, температура, теплопроводность и др.). Свойства большого количества молекул отличны от свойств каждой отдельной молекулы и подчиняются статистическим закономерностям. Молекулярно-кинетическая теория, пользуясь статистическим методом, определяет средние величины, которые характеризуют движение огромной совокупности частиц. Отсюда другое ее название – статистическая физика.

Изучением свойств тел и изменением состояния вещества занимается также термодинамика. В отличие от молекулярно-кинетической теории, термодинамика изучает макроскопические свойства тел и явлений природы, не интересуясь их микроскопической картиной.

Термодинамика, в отличие от молекулярно-кинетической теории, изучает макроскопические свойства тел, не интересуясь их микроскопической природой. Не рассматривая атомы и молекулы при микроскопическом описании процессов, термодинамика позволяет сделать целый ряд выводов относительно их протекания.

В основе термодинамики лежит ряд законов (начал термодинамики), установленных при обобщении большого количества опытных данных. В силу этого выводы термодинамики имеют весьма общий характер.

8. Молекулярная физика

8.1. Молекулярно-кинетическая теория строения вещества

Молекулярно-кинетическая теория объясняет тепловые свойства макроскопических тел на основе следующих положений:

1) все тела состоят из большого числа мельчайших частиц (молекул, атомов, ионов, электронов);

2) эти частицы непрерывно и хаотически движутся;

3) частицы взаимодействуют друг с другом.

Положения молекулярно-кинетической теории подтверждаются существованием ряда явлений: **диффузия** – самоприозвольное перемешивание различных веществ вследствие проникновения частиц одного вещества между частицами другого; **броунское движение** – беспорядочное движение взвешенных в жидкости мелких частиц под действием ударов молекул жидкости.

Для характеристики молекул (аналогично для атомов) применяется относительная молекулярная масса вещества М. Единица массы, равная 1/12 массы C_6^{12}, называется атомной единицей массы (а.е.м.). 1 а.е.м.$=1{,}66 \cdot 10^{-27}$кг. Тогда $M = \frac{m_0}{\frac{1}{12}C_6^{12}}$, где m_0 - масса молекулы, т.е. $m_0 = 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ М.

Количество вещества, в котором содержится число частиц, равное числу атомов в 0,012 кг изотопа углерода C_6^{12}, называется **молем**. Массу **моля** называют **молярной массой** μ, и она определяется выражением $\mu = M \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Число атомов или молекул в одном моле любого вещества равно **постоянной Авогадро** $N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23} 1/\text{моль}$. Таким образом, количество вещества (число молей) определяется соотношением:

$$\vartheta = \frac{m}{\mu} = \frac{N}{N_A}, \tag{8.1}$$

где m - масса вещества, N – число атомов (молекул), составляющих вещество.

Между любыми двумя молекулами одновременно действуют силы и притяжения и отталкивания, которые проявляются на расстояниях, сравнимых с размерами самих частиц. На очень малых расстояниях (меньших, чем размеры самих частиц) преобладают силы отталкивания, а на больших – силы притяжения. Эти силы имеют электромагнитную природу, поскольку возникают в результате взаимодействия заряженых частиц – электронов и атомных ядер.

8.2. Теплота и температура

Тепловое состояние вещества определяется интенсивностью хаотического (теплового) движения молекул и атомов. Тепловое движение молекул характеризуется кинетической энергией поступательного движения молекул, которая определяет внутреннюю энергию вещества. При изменении интенсивности теплового движения молекул меняется внутренняя энергия тела.

Если привести в соприкосновение два тела, то молекулы (атомы) этих тел, сталкиваясь между собой, будут передавать друг другу энергию. Тело, которое при этом теряет энергию, называют более нагретым, а тело, к которому энергия переходит, - менее нагретым. Такой переход энергии продолжается до тех пор, пока не установится состояние **теплового равновесия**. Количество переданной от одного тела к другому энергии теплового движения молекул посредством теплообмена между телами называется **количеством теплоты** ΔQ. В СИ количество теплоты, как и энергия, измеряется в джоулях (Дж).

Для количественного описания теплового состояния вещества (степени нагретости) тел служит **температура**. При этом исходят из того, что она должна быть одинаковой у всех тел, находящихся в тепловом равновесии друг с другом. Для тел, движение частиц которых рассматривается по законам класической механики, таким свойством обладает средняя кинетическая энергия поступательного движения частиц $E_k = \frac{mv^2}{2}$. Поэтому именно она положена в основу определения температуры. Величина, пропорциональная средней кинетической энергии поступательного движения частиц, называется **температурой тела**.

Определенную таким образом температуру называют **термодинамической** или **абсолютной**. Термодинамическая температура не может быть отрицательной, ее минимальное значение T=0 называется **абсолютным нулем**. При абсолютном нуле движение частиц прекращается.

На практике удобнее за нулевую принять температуру замерзания воды, а за 100 ^{0}C – температуру кипения воды при нормальном атмосферном давлении. Такую температурную шкалу предложил шведский физик Андерс Цельсий (1701-1744). Участок между О ^{0}C и 100 ^{0}C делится на сто равных частей. Сотая часть интервала между точками замерзания и кипения воды называется градусом (**град**) и обозначается 1 ^{0}C.

Абсолютная (термодинамическая) шкала температур, введеная английским физиком Вильямом Томсоном Кельвином, связана со шкалой Цельсия равенством

$$T=t+273{,}15^0, \qquad (8.2)$$

где t – температура по шкале Цельсия. По абсолютной шкале температура измеряется в Кельвинах (К). Один градус по шкале Цельсия равен одному градусу по шкале Кельвина: 1 ^{0}C=1 К.

Кроме шкал Цельсия и Кельвина, есть еще две температурные шкалы: Фаренгейта (F) и Реомюра (R). По шкале Фаренгейта температура таяния льда (0 ^{0}C) оказывается равной +32 ^{0}F, а температура кипения воды при нормальном давлении +212 ^{0}F, таким образом, интервал от таяния льда до кипения воды в шкале Фаренгейта равен 180 ^{0}F. В шкале Реомюра температура таяния льда принимается за 0 ^{0}R, а температура кипения воды при нормальном атмосферном давлении равна 80 ^{0}R.

8.3. Молекулярно-кинетическая теория идеального газа

Наиболее простыми свойствами обладает газ, который удовлетворяет следующим условиям: 1) объем, приходящийся на молекулы газа, много меньше объема, занятого газом; 2) взаимодействие между молекулами практически отсутствует; 3) столкновения между молекулами и стенками сосуда упругие. Такой газ называется **идеальным**.

8.3.1. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории

Благодаря тепловому движению молекул газ (или жидкость) оказывает давление на стенки сосуда. Молекулы газа, сталкиваясь со стенками сосуда, передают им некоторый импульс, изменение которого за единицу времени определяет действующую на стенку силу. Результирующая сила, действующая со стороны молекул газа, отнесенная к единице поверхности стенки, является **давлением**, оказываемым на стенку сосуда.

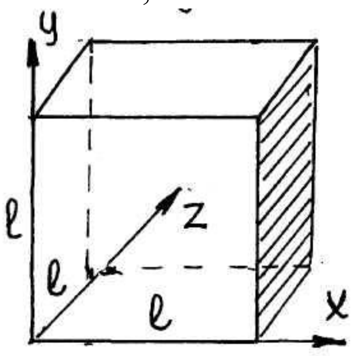


Рис. 35

Для определения давления газа на стенки сосуда поместим N молекул газа в сосуд с идеально отражающими стенками, имеющий форму куба с ребром длиной l (рис.35). Масса каждой молекулы равна m, а ее вектор скорости $v = v_x + v_y + v_z$. Рассмотрим действие молекул газа на одну из граней куба, перпендикулярную оси X (заштрихованную). Для этого надо определить импульс, передаваемый этой грани сталкивающимися с ней молекулами. Так как при столкновении меняется только перпендикулярная поверхности стенки составляющая скорости v_x, причем это изменение сводится только к изменению ее знака, то импульс, переданный при одном столкновении, равен $\Delta p = mv_x - \ -mv_x \ = 2mv_x$. Двигаясь как свободная, молекула проходит расстояние между противоположными стенками за время $l \ v_x$, так что она вернется обратно к первой стенке за время $2l \ v_x$. Всего, следовательно, за 1 с каждая молекула сталкивается с данной стенкой $v_x \ 2l$ раз и передает ей при этом импульс, равный $2mv_x \cdot \frac{v_x}{2l} = \frac{mv_x^2}{l}$. Полная сила F_x, действующая на стенку, есть импульс, полученный ею за 1 с от всех молекул

$$F_x = \frac{m}{l}(v_{x1}^2 + v_{x2}^2 + v_{x3}^2 + \cdots + v_{xN}^2). \tag{8.3}$$

Если выражение для силы домножим и разделим на число молекул в сосуде N, то сумма, стоящая в скобках, деленная на N, будет определять среднеквадратичное значение скорости на ось X:

$$v_x^2 = \frac{v_{x1}^2 + v_{x2}^2 + v_{x3}^2 + \cdots + v_{xN}^2}{N}. \tag{8.4}$$

Но так как все направления движения газа совершенно равноценны, то $v_x^2 = v_y^2 = v_z^2$ и, поскольку $v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 = v^2$, то

$$v_x^2 = \frac{1}{3}v^2. \tag{8.5}$$

Таким образом,

$$F_x = \frac{1}{3}\frac{N}{l}v^2. \tag{8.6}$$

Зная силу, действующую на грань, и площадь грани $S=l^2$, находим давление

$$p = \frac{F_x}{l^2} = \frac{1}{3}\frac{N}{l^3}mv^2 = \frac{1}{3}n_0 mv^2, \tag{8.7}$$

где $n_0 = \frac{N}{l^3} = \frac{N}{V}$ - **концентрация** молекул (число молекул в единице объема), $V=l^3$ – объем куба. Уравнение (8.7) носит название **основного уравнения молекулярно-кинетической теории**. Разделив и умножив правую часть этого уравнения на 2, получим:

$$p = \frac{2}{3} n_0 \frac{mv^2}{2},$$

где $\frac{mv^2}{2} = E_k$ - средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы. Следовательно, основное уравнение молекулярно-кинетической теории примет вид

$$p = \frac{2}{3} n_0 E_k \ . \tag{8.8}$$

Так как скорость молекул зависит от температуры газа, то и средняя кинетическая энергия молекулы должна зависеть от температуры. Как показал австрийский физик-теоретик Л. Больцман (1844-1906), эта зависимость имеет вид

$$E_k = \frac{3}{2} kT, \tag{8.9}$$

где k$= 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ – постоянная Больцмана. Тогда основное уравнение молекулярно-кинетической теории мозно записать

$$p = n_0 kT. \tag{8.10}$$

8.3.2. Уравнение состояния идеального газа

Уравнением состояния газа называется соотношение, связывающее четыре параметра газового состояния: давление *p*, объем *V*, температуру *T* и массу m. Состояние данной массы газа характеризуется тремя параметрами: *p, V, T*. Соотношение, связывающее между собой эти параметры, называемое **уравнением состояния идеального газа**, может быть записано в общем виде выражением:

$$f(p, V, T)=0,$$

где каждая переменная является функцией двух других.

Для вывода уравнения состояния воспользуемся основным уравнением молекулярно-кинетической теории в виде $p = n_0 kT$. Концентрация молекул $n_0 = \frac{N}{V}$, где число молекул из уравнения (8.1) $N = \frac{m}{\mu} N_A$. Тогда

$$p = \frac{m}{\mu} N_A \cdot k \frac{T}{V}, \tag{8.11}$$

где $N_A \cdot k = R = 8{,}31$ Дж/(моль $\cdot$ К) - универсальная газовая постоянная. Окончательно получаем уравнение в виде

$$pV = \frac{m}{\mu} RT. \tag{8.12}$$

Это уравнение и есть уравнение состояния идеального газа или уравнение Менделеева-Клапейрона.

8.3.3. Опытные газовые законы

Опытным путем, задолго до появления молекулярно-кинетической теории, был открыт целый ряд законов, описывающих поведение идеальных гахов.

а) **Закон Бойля–Мариотта**: для данной массы m при постоянной температуре Т произведение давления на объем есть величина постоянная

$$pV = const \text{ при T}, m = const. \qquad (8.13)$$

Закон установлен экспериментально в 1662 году английским физиком Р. Бойлем (1627-1691) и независимо от него в 1679 году французским ученым Э. Мариоттом (1620-1684).

Процесс, происходящий при постоянной температуре, называется изотермическим, а график его – изотермой (рис.36).

б) **Закон Гей-Люссака**: для данной массы газа при постоянном давлении p отношение объема V к абсолютной температуре Т

$$\frac{V}{T} = const \text{ при } p = const \text{ и } m = const. \qquad (8.14)$$

Закон установлен опытным путем в 1802 году французским физиком Ж. Гей-Люссаком (1778-1850).

Процесс в газе, происходящий при постоянном давлении, называется изобарическим, а его график – изобарой (рис. 37).

в) **Закон Шарля:** для данной массы газа при постоянном объеме V отношение давления p к абсолютной температуре постоянно:

$$\frac{p}{T} = const \text{ при } V = const \text{ и } m = const. \qquad (8.15)$$

Закон установлен в в 1787 году французским физиком Ж. Шарлем (1746-1823). Процесс, происходящий при постоянном объеме, называется изохорическим, а график его – изохорой (рис. 38).

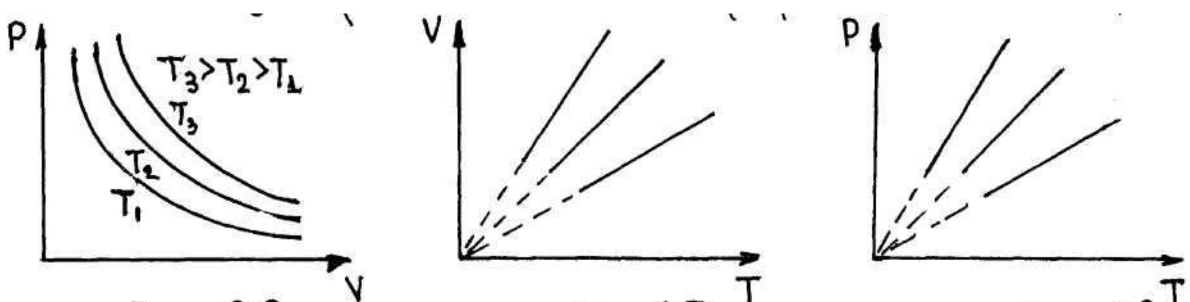


Рис. 36 Рис 37 Рис 38

Эти эмпирические законы можно объеденить в один закон, который так и называется - объединенный газовый закон:

$$\frac{PV}{T} = const \text{ при } m = const. \qquad (8.16)$$

г) **Закон Дальтона**: давление смеси идеальных газов равно сумме парциальных давлений входящих в нее газов:

$$p_{см} = p_1 + p_2 + \cdots + p_n, \qquad (8.17)$$

где $p_1, p_2, \ldots p_n$ - парциальные давления – давления, которые оказывали бы газы смеси, если бы они занимали объем, равный объему смеси при той же температуре.

8.3.4. Распределение молекул по скоростям Максвелла

Все направления движения молекул равноправны, однако абсолютные значения самих скоростей будут иметь различные значения. Функция распределения молекул по скоростям впервые теоретически была найдена английским физиком Дж. Максвеллом (1831-1879) и носит его имя.

Относительное число молекул газа $\frac{dN(v)}{N}$, скорости которых лежат в интервале от v до $v + dv$, является функцией v, так как наличие большего или меньшего числа таких молекул зависит от того, вблизи какого значения скорости выбран интервал. Функция распределения молекул по скоростям $f(v) = \frac{dN(v)}{Ndv}$ была получена Максвеллом в 1859 году:

$$f(v) = 4\pi\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} v^2 exp\left(-\frac{m_0 v^2}{2kT}\right), \tag{8.18}$$

где m_0 - масса молекулы, k – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура.

Из (8.18) видно, что конкретный вид функции зависит от массы молекулы (рода газа) и температуры T. При увеличении температуры T максимум кривой распределения сместится вправо, но площади под кривыми одинаковы, так как число молекул осталось прежним. Влияние же массы молекулы m_0 будет обратным. Влияние температуры и массы молекулы на вид функции распределения показано на рис. 39.

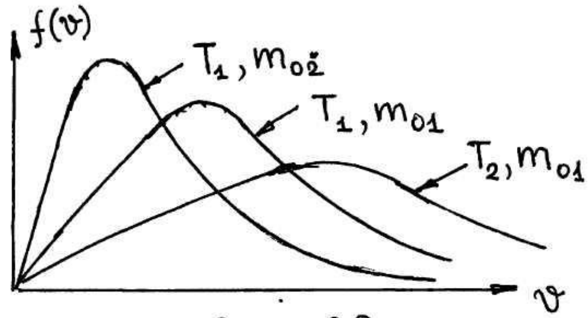


Рис. 39

Из приведенных графиков следует, что $f(v)$ стремится к нулю при $v \to 0$ и $v \to \infty$ и проходит через максимум при скорости, которая называется наиболее вероятной, и она равна

$$v_в = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}. \tag{8.19}$$

Кроме того, из закона распределения молекул по скоростям можно найти среднеарифметическую скорость

$$< v >= \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} \tag{8.20}$$

и среднеквадратичную скорость

$$v_{кв} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}. \tag{8.21}$$

Справедливость максвелловского распределения была экспериментально проверена в опытах Штерна и Ламерта путем измерения отклонения пучка атомов серебра, пропускаемых через узкие щели.

8.3.5. Барометрическая формула

Атмосферное давление на какой-либо высоте h обусловлено весом вышележащих слоев газа. Зависимость атмосферного давления p от высоты h описывается барометрической формулой

$$p = p_0 exp\left(-\frac{\mu g}{RT}h\right), \tag{8.22}$$

где p_0 - атмосферное давление на поверхности Земли, μ - молярная масса воздуха, g– ускорение свободного падения.

Барометрическую формулу можно преобразовать, если воспользоваться выражением $p = nRT$:

$$n = n_0 e^{-\mu g h / RT},$$

где n – концентрация ионов на высоте h, n_0 - на высоте $h=0$. Так как $\mu = m_0 N_A$ (N_A – число Авогадро, m_0 - масса одной молекулы), а $R = kN_A$, то

$$n = n_0 e^{-m_0 g h / kT} = n_0 e^{-E_п / kT}, \qquad (8.23)$$

где $m_0 g h = E_п$ - потенциальная энергия молекул в поле тяготения. Выражение (8.23) называется распределением Больцмана во внешнем потенциальном поле.

8.3.6. Среднее число столкновений и средняя длина свободного пробега молекул

Молекулы газа имеют конечные размеры и при тепловом движении непрерывно сталкиваются друг с другом. Между двумя последовательными столкновениями молекулы проходят путь, который называется длиной свободного пробега. Для всей совокупности молекул при данных температуре и давлении средняя длина свободного пробега равна

$$< l > = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n_0}, \qquad (8.24)$$

где d – эффективный диаметр молекулы, n_0 - концентрация молекул.

Эффективный диаметр молекулы – это минимальное расстояние, на которое сближаются при столкновении центры двух молекул. Он зависит от химической природы газа.

Так как за 1 с молекула проходит в среднем путь, равный средней арифметической скорости $< v >$, то среднее число столкновений будет равно:

$$< z > = \frac{< v >}{< l >} = \sqrt{2}\pi d^2 n_0 < v >. \qquad (8.25)$$

8.3.7. Явления переноса

Явления переноса в газах, жидкостях, твердых телах состоят в том, что в этих веществах возникает упорядоченный, направленный перенос массы (**диффузия),** импульса **(внутреннее трение)** и внутренней энергии **(теплопроводность).**

При диффузии происходит самопроизвольное взаимное проникновение и перемешивание частиц двух соприкасающихся газов, жидкостей или твердых тел. Перенос массы вещества наблюдается из места с большой плотностью в места с меньшей плотностью и подчиняется **закону Фика**: масса вещества m, переносимая за время t через площадь S, прямо пропорциональна градиенту плотности:

$$m = -Д \frac{d\rho}{dx} \cdot S \cdot t, \qquad (8.26)$$

где Д – коэффициент диффузии, $\frac{d\rho}{dx}$ - градиент плотности.

Знак минус показывает, что перенос массы происходит в направлении убывания плотностей.

Для газов согласно молекулярно-кинетической теории коэффициент диффузии равен

$$Д = \frac{1}{3} < v >< l >, \qquad (8.27)$$

где $< v >$- средняя арифметическая скорость теплового движения молекул, $< l >$ - средняя длина свободного пробега.

Теплопроводность – это вид теплообмена, который осуществляется в макроскопически неподвижной и неравномерно нагретой среде. Если в этой области средняя кинетическая энергия молекул больше, чем в другой, то вследствие постоянных столкновений молекул происходит процесс выравнивания средних кинетических энергий молекул, т.е. происходит процесс передачи энергии в форме теплоты.

Процесс передачи теплоты подчиняется закону Фурье: количество теплоты Q, которое переносится за время t через площадь S, прямо пропорционально $\frac{dT}{dx}$ - градиенту температуры, равному изменению температуры на единицу длины:

$$Q = -\lambda \frac{dT}{dx} \cdot S \cdot t, \qquad (8.28)$$

где λ - коэффициент теплопроводности. Знак минус указывает на то, что энергия переносится в сторону убывания температуры. Коэффициент теплопроводности определяется для газа по формуле:

$$\lambda = \frac{1}{3} C_v \rho < v >< l >, \qquad (8.29)$$

где C_v - удельная теплоемкость при постоянном объеме, ρ - плотность газа, $< v >$ - средняя арифметическая скорость, $< l >$ - средняя длина свободного пробега.

Механизм возникновения внутреннего трения между слоями газа (жидкости), движущимися с различными скоростями, был рассмотрен в разделе «Механика жидкостей и газов».

9. Основы термодинамики

В термодинамике изучаются физические свойства макроскопических систем (тел и полей) на основе анализа возможных в этих системах превращений энергии без обращения к их микроскопическому строению. Основное содержание термодинамики – рассмотрение общих свойств физических систем в состоянии термодинамического равновесия, а также общих закономерностей процессов изменения состояния.

9.1. Число степеней свободы молекулы. Внутренняя энергия идеального газа

Важной характеристикой термодинамической системы является ее внутренняя энергия U – энергия хаотического (теплового) движения микрочастиц системы и энергия взаимодействия этих частиц. Молекулы идеального газа не взаимодействуют между собой и, следовательно, не обладают потенциальной энергией взаимодействия. Поэтому вся энергия молекул идеального газа состоит только из **кинетической энергии, поступательного и вращательного движений.** Для учета средней кинетической энергии молекулы необходимо ввести понятие **числа степеней свободы.**

Числом степеней свободы тела называется число независимых переменных (координат), определяющих положение тела в пространстве. Молекулу одноатомного газа можно рассматривать как материальную точку, которой приписывают три степени свободы поступательного движения (вдоль координат X, Y, Z), т.е i=3. Молекулу двухатомного газа можно рассматривать как сосокупность двух материальных точек – атомов, жестко связанных недеформированной связью (гантель). Эта система кроме трех степеней свободы поступательного движения имеет еще две степени свободы вращательного движения. Вращение вокруг третьей оси к изменению не приводит, т.е. i=3+2=5. Для трехатомных и многоатомных молекул число степеней свободы i=3+3=6, т.е. такие молекулы имеют три поступательные и три вращательные степени свободы.

Независимо от общего числа степеней свободы молекул три степени свободы всегда поступательные. Больцман установил закон о равномерном распределении энергии по степеням свободы, тогда, если учесть, что средняя кинетическая энергия поступательного движения (8.9) $E_k = \frac{3}{2}kT$, то энергия, приходящаяся на одну степень свободы,

$$\varepsilon = \frac{E_k}{3} = \frac{1}{2}kT, \qquad (9.1)$$

а кинетическая энергия, приходящаяся на все степени свободы,

$$E = \frac{i}{2}kT. \qquad (9.2)$$

Внутренняя энергия идеального газа равна сумме кинетических энергий хаотического теплового движения всех его молекул с учетом (8.1):

$$U = NE = \frac{m}{\mu}N_A \cdot \frac{i}{2}kT = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}RT. \qquad (9.3)$$

где m – масса газа, μ - молярная масса газа, R – газовая постоянная.

9.2. Работа газа при изменении его объема

Если газ в цилиндре с поршнем оказывает на поршень давление p (рис. 40), причем поршень площадью S перемещается на расстояние dl, то действующая сила $F = p \cdot S$ совершает работу $dA = Fdl = p \cdot S \cdot dl.$ Произведение Sdl представляет собой увеличение объема, занимаемого газом, dV и элементарная работа расширения газа

$$dA = pdV. \qquad (9.4)$$

Полная работа расщирения, совершенная газом,

$$A = \int_{V_1}^{V_2} pdV,$$

где V_1 - начальный объем газа, V_2 - его конечный объем.

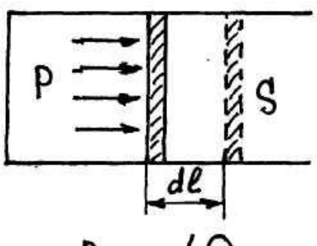


Рис. 40

Определим работу газа при различных изопроцессах. При изохорическом процессе изменение объема газа равно нулю. Следовательно, работа газа в этом случае также равна нулю (A=0). При изобарическом процессе работа газа A=p $(V_2 - V_1)$.

Чтобы найти работу при изотермическом процессе, выразим давление газа из уравнения Менделеева-Клапейрона

$$p = \frac{mRT}{\mu V}.$$

Тогда работа газа

$$A = \frac{m}{\mu} RT \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \frac{m}{\mu} RT ln \frac{V_2}{V_1}. \qquad (9.5)$$

9.3. Теплоемкость

Теплоемкость тела характеризует количество теплоты, необходимое для нагрева этого тела на один градус

$$C_T = \frac{\Delta Q}{\Delta T} \ \frac{\text{Дж}}{\text{К}} .$$

Однако на практике ее неудобно использовать, так как для разной массы одного и того же вещества теплоемкость будет разной. Более удобной является удельная теплоемкость вещества – величина, равная количеству тепла, необходимого для нагревания 1 кг вещества на 1 К:

$$\text{c} = \frac{\Delta Q}{m\Delta T} \ \frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}} . \qquad (9.6)$$

Если определяется теплоемкость одного моля вещества, то такая теплоемкость называется молярной, она равна количеству тепла, необходимого для нагревания одного моля вещества на один градус:

$$C_\mu = \frac{\Delta Q}{\vartheta \Delta T} \ \frac{\text{Дж}}{\text{моль}\cdot\text{К}} , \qquad (9.7)$$

где $\vartheta = m/\mu$ - число молей. Исходя из определения молярной (9.7) и удельной (9.6) теплоемкостей, между ними существует связь:

$$C_\mu = \mu c. \qquad (9.8)$$

Удельная теплоемкость в основном применяется при определении тепла, идущего на нагревание твердых тел и жидкостей, молярная – при нагревании газов. Теплоемкость газов существенно зависит от условий нагревания.

Наибольшее практическое значение имеют теплоемкости при постоянном объеме и постоянном давлении, когда в процессе нагревания газа поддерживаются постоянными соответственно объем и давление. При постоянном объеме газ не расширяется и, следовательно, все подведенное тепло пойдет на изменение внутренней энергии $\Delta Q = \Delta U = \frac{i}{2}\vartheta R \Delta T$, и тогда

$$C_V = \frac{\Delta U}{\vartheta \Delta T} = \frac{\frac{i}{2}\vartheta R \Delta T}{\vartheta \Delta T} = \frac{i}{2} R. \qquad (9.9)$$

При постоянном давлении для того, чтобы повысить температуру газа на ту же величину ΔT, к газу необходимо подводить большее количество тепла, поскольку часть его пойдет на увеличение внутренней энергии газа $\Delta U =$

$\frac{i}{2}\vartheta R\Delta T$, а часть - на совершение механической работы $\Delta A = p\Delta V$ (газ расширяется). Из уравнения Менделеева-Клапейрона $p\Delta V = \vartheta R\Delta T$, и тогда теплоемкость при постоянном давлении равна:

$$C_p = \frac{\frac{i}{2}\vartheta R\Delta T + \vartheta R\Delta T}{\vartheta\Delta T} = \frac{i}{2}R + R = \frac{i+2}{R}. \qquad (9.10)$$

Уравнение (9.10), записанное в виде

$$C_p = C_V + R, \qquad (9.11)$$

носит название уравнение Майера.

9.4. Первое начало термодинамики и его применение к различным изопроцессам

Первое начало (закон) термодинамики - это закон сохранения энергии, распространяющийся на тепловые процессы. Первое начало говорит о том, что количество теплоты ΔQ, сообщенной телу (или системе), идет на увеличение его внутренней энергии ΔU и на совершение механической работы ΔA

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta A. \qquad (9.12)$$

Для газа первое начало термодинамики имеет вид

$$dQ = dU + pdV. \qquad (9.13)$$

Рассмотрим, применяя первое начало термодинамики, что происходит в газах при различных изопроцессах:

а) для изохорического процесса $V = const, dV = 0, dA = 0$, т.е. при изохорическом процессе газ не совершает механической работы. Вся подведенная к газу теплота идет на увеличение его внутренней энергии $dQ = dU = \frac{m}{\mu}\frac{i}{2}RdT = \frac{m}{\mu}C_V dT$;

б) для изотермического процесса T=const. Поскольку внутренняя энергия идеального газа зависит только от его температуры, при изотермическом расширении $dT = 0$ и dU=0. При изотермическом процессе вся подводимая к газу теплота целиком расходуется на совершение работы расширения:

$$dQ = dA = \frac{m}{\mu}RT\frac{dV}{V}. \qquad (9.14)$$

При расширении газа от объема V_1 до объема V_2 работа равна $dA = \frac{m}{\mu}RTln\frac{V_2}{V_1}$;

в) при изобарическом процессе подведенное к газу количество теплоты идет как на увеличение внутренней энергии, так и на совершение работы газом:

$$dQ = dU + pdV.$$

9.5. Адиабатический процесс

Адиабатический процесс – это процесс без теплообмена с окружающей средой. Из первого начала термодинамики для адиабатического процесса следует, что

$$dA = -dU, \qquad (9.15)$$

т.е. работа газа совершается за счет внутренней энергии. Реально адиабатический процесс можно осуществить, производя быстрое сжатие или расширение газа.

Подставляя в уравнение (9.15) значения работы и энергии, получим выражение

$$pdV = -\frac{m}{\mu}C_V dT. \qquad (9.16)$$

Продифференцировав уравнение состояния для идеального газа $pV = \frac{m}{\mu}RT$, получим

$$pdV + Vdp = \frac{m}{\mu}RdT. \qquad (9.17)$$

Поделим левые и правые части уравнений (9.16) и (9.17)

$\frac{pdV+Vdp}{pdV} = -\frac{R}{C_V} = -\frac{C_p - C_V}{C_V}$, или $\frac{dp}{p} = -\frac{dV}{V}\cdot\frac{C_p}{C_V} = -\gamma\frac{dV}{V}$, где $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$ - показатель адиабаты.

Интегрируя последнее уравнение в пределах от p_1 до p_2 и соответственно от V_1 до V_2, а затем потенцируя, получим:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma}, \text{или } p_1V_1^{\gamma} = p_2V_2^{\gamma}.$$

Так как состояния 1 и 2 выбраны произвольно, то можно записать

$$pV^{\gamma} = const. \qquad (9.18)$$

Это уравнение называется уравнением Пуассона. Пользуясь уравнением состояния идеального газа, можно установить взаимосвязь между T и V и T и p:

$$TV^{\gamma-1} = const;\ T^{\gamma}\cdot p^{\gamma-1} = const. \qquad (9.19)$$

9.6. Обратимые и необратимые процессы

Процесс, при котором система после ряда изменений возвращается в исходное состояние, называется **круговым процессом** или **циклом**. Если при круговом процессе ни в системе, ни в окружающей среде не возникает никаких остаточных изменений, то такой процесс назыается **обратимым**.

Процессы, представляющие собой непрерывную последовательность равновесных состояний системы, называются **квазистатическими**. Квазистатические процессы обратимы. Идеальные процессы – изотермический, изобарический, изохорический и адиабатический – обратимы.

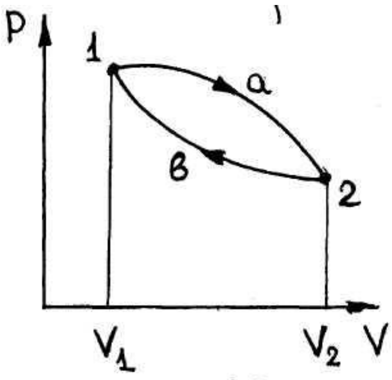


Рис. 41.

Реальные тепловые процессы – **необратимы**. Например, расширение газа в вакууме происходит самопроизвольно, а обратный процесс можно реализовать, лишь затратив работу, т.е. произведя в окружающей среде остаточные изменения.

Цикл, совершаемый идеальным газом, изображен замкнутой кривой (рис. 41). На участке 1a2 происходит расширение газа, при этом газ совершает положительную работу (определяется площадью фигуры $1a2V_2V_11$) ($dV>0$). Работа сжатия (определяется площадью фигуры $2в1V_1V_22$) отрицательна ($dV<0$). Следовательно, работа, совершаемая газом за цикл, определяется площадью, охватываемой кривой 1а2в1. Если за цикл совершается положительная работа, то такой цикл называется **прямым** и применяется он в тепловых машинах, в которых некоторое количество теплоты превращается в механическую работу.

Если за цикл совершается отрицательная работа (цикл протекает против часовой стрелки по направлению 1в2а1 (рис.41)), то он называется **обратным**. Обратный цикл используется в холодильных машинах – периодически действующих установках, в которых за счет работы внешних сил теплота переносится к телу с более высокой температурой.

9.7. Принцип работы тепловой и холодильной машин. Цикл Карно

Тепловой машиной является устройство, в котором происходит превращение тепловой энергии в механическую. Тепловая энергия, выделяемая при сгорании топлива или при каких-либо других процессах, передается путем теплообмена газу. При расширении газа совершается работа против внешних сил и приводится в движение какой-либо механизм.

Газ в тепловой машине не может беспредельно расширяться (устройство имеет конечные размеры), поэтому после расширения газ должен быть снова сжат до первоначального объема, т.е. тепловая машина должна работать циклически. Реальные тепловые двигатели работают по разомкнутому циклу: после расширения газ выбрасывается и расширяется новая порция газа. Рассмотрим термодиманические процессы, которые происходят в тепловом двигателе в замкнутом цикле, когда расширяется и сжимается одна и та же порция газа.

Работа расширения газа в течение одного цикла должна превышать работу сжатия, которую совершают над газом внешние силы, при этом температура газа при его сжатии должна быть ниже, чем при расширении, и двигатель будет совершать полезную работу.

Любой тепловой двигатель, независимо от его конструктивных особенностей, состоит из трех основных частей: нагревателя, рабочего тела и холодильника. Рабочее тело – газ или пар – при расширении совершает работу, получая от нагревателя некоторое количество теплоты Q_1. Температура T_1 нагревателя остается при этом постоянной за счет сгорания топлива. При сжатии рабочее тело передает некоторое количество теплоты Q_2 холодильнику, у которого температура T_2 меньше, чем T_1. Холодильником может служить и окружающая среда (двигатели внутреннего сгорания, дизельные и реактивные двигатели).

Термический коэффицинет полезного действия тепловой машины – это отношение совершенной работы к количеству теплоты, подведенной рабочему телу нагревателем:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}, \qquad (9.20)$$

где Q_1 - количество теплоты, полученное рабочим телом (газом) от нагревателя, Q_2 - количество теплоты, переданное рабочим телом охладителю. Французский инженер Сади Карно (1796-1832) рассмотрел в 1724 году различные периодически действующие тепловые машины, имеющие одинаковые температуры нагревателей и холодильников, и теоретически обосновал, что самым экономичным является обратимый круговой процесс, состоящий из двух изотерм и двух адиабат. Такой процес называют идеальным циклом Карно.

Рассмотрим прямой цикл Карно, в котором в качестве рабочего тела используется идеальный газ, заключенный в сосуд с подвижным поршнем. Определим его КПД.

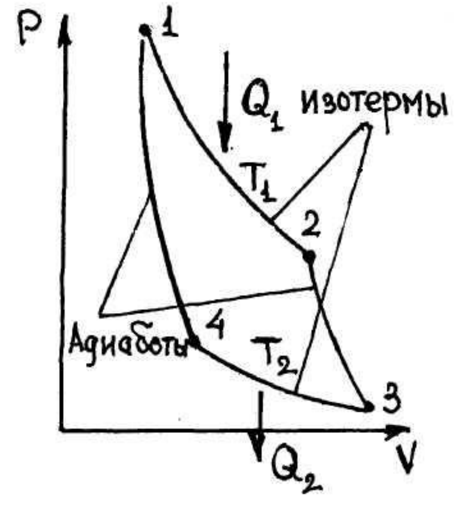


Рис. 42.

Из состояния 1 в состояние 2 газ расширяется изотермически (рис.42); при изотермическом процессе U=const, поэтому полученная от нагревателя теплота Q_1 идет на совершение работы

$$Q_1 = A_{12} = \frac{m}{\mu} ln\frac{V_2}{V_1}. \qquad (9.21)$$

При адиабатическом расширении 2-3 теплообмен с окружающей средой отсутствует и работа расширения A_{23} совершается за счет изменения внутренней энергии

$$A_{23} = -\frac{m}{\mu} C_V \ T_2 - T_1 \ .$$

Теплота Q_2, отданная газом холодильнику при изотермическом сжатии, равна работе A_{34}

$$A_{34} = -Q_2 = \frac{m}{\mu} RT_2 ln\frac{V_4}{V_3}. \qquad (9.22)$$

Работа адиабатического сжатия

$$A_{41} = -\frac{m}{\mu} C_V \ T_1 - T_1 \ = -A_{23}.$$

Работа в результате кругового процесса

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41} = Q_1 - Q_2,$$

а термический КПД цикла Карно равен

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}.$$

Применив уравнение (9.19) для адиабат 2-3 и 4-1, получим

$$T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 \cdot V_3^{\gamma-1}, \qquad T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 \cdot V_4^{\gamma-1},$$

откуда

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}. \qquad (9.23)$$

Подставляя (9.21) и (9.22) в формулу (9.20) и учитывая (9.23), получим

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{\frac{m}{\mu} RT_1 ln\frac{V_2}{V_1} - \frac{m}{\mu} RT_2 ln\frac{V_3}{V_4}}{\frac{m}{\mu} RT_1 ln\frac{V_2}{V_1}} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}. \qquad (9.24)$$

Следовательно, для цикла Карно КПД определяется только температурой нагревателя и холодильника. Для увеличения КПД. тепловой машины необходимо повышать температуру нагревателя и уменьшать температуру холодильника.

9.8. Второе начало термодинамики

Для описания термодинамических процессов первого начала термодинамики недостаточно. Выражая закон сохранения и превращения энергии, первое начало термоднамики не позволяет определить направление протекания процессов в природе.

Например, основываясь на законе сохранения и превращения энергии, нельзя предвидеть, в каком направлении будет происходить теплообмен между двумя телами, нагретыми до разных температур: с точки зрения первого закона термодинамики одинаково возможен как переход энергии в форме теплоты от более нагретого тела к менее нагретому, так и обратный переход.

Первый закон термодинамики допускает создание **вечного двигателя второго рода**, т.е. двигателя, который бы получал от некоторого тела тепло и полностью превращал его в работу. Невозможность создания вечного двигателя второго рода является утверждением, вытекающим из обобщения многочисленных опытов. Оно называется вторым законом (началом) термодинамики и может быть сформулировано несколькими способами.

1. Невозможен самопроизвольный переход тепла от тела, менее нагретого, к телу, более нагретому (формулировка Клаузиуса).

2. Невозможен периодический процесс, единственным результатом которого является превращение теплоты, полученной от нагревателя, в эквивалентную ей работу (формулировка Кельвина).

Из всех периодически действующих тепловых машин, у которых температуры нагревателей и холодильников соответственно совпадают, наибольшим КПД обладают машины, работающие по обратимому циклу. При этом КПД всех обратимых машин с одинаковыми температурами нагревателей и холодильников не зависят от конструкции машин или выбора рабочего тела и, следовательно, равны КПД машины, работающей по обратимому циклу Карно.

Австрийский физик Л. Больцман (1844-1906) сформулировал второе начало термодинамики следующим образом: природа стремится от состояний, менее вероятных, к состояниям, более вероятным. Для характеристики состояния системы была введена величина, получившая название **энтропия**. Эта величина является мерой необратимого рассеяния энергии. Для тепловых процессов изменение тепловой энергии изолированной системы прямо пропорционально ее температуре: $dQ \sim T$. Чтобы записать знак равенства, необходимо ввести коэффициент пропорциональности:

$$dQ = dS \cdot T \text{ и } dS = \frac{dQ}{T}. \qquad (9.25)$$

Это так называемое дифференциальное определение энтропии. Разность энтропии системы в двух произвольных состояниях 1 и 2 равна:

$$S_1 - S_2 = \int_1^2 \frac{dQ}{T}. \tag{9.26}$$

Это интегральное определение энтропии.

Если термодинамическая система совершает какой-либо замкнутый цикл, то

$$\oint \frac{dQ}{T} = 0 \tag{9.27}$$

для равновесных процессов. Уравнение (9.27) эквивалентно второму началу термодинамики для равновесных процессов.

Для неравновесных процессов

$$\oint \frac{dQ}{T} < 0. \tag{9.28}$$

Все реальные процессы связаны с определенными потерями энергии, следовательно, все они в той или иной мере необратимы и характеризуются увеличением энтропии:

$$\Delta S \geq 0. \tag{9.29}$$

Неравенство (9.29) является математической формой записи второго начала термодинамики.

Состоянию равновесия изолированной системы соответствует максимально возможное значение энтропии, так как система к этому состоянию пришла путем увеличения энтропии.

Но равновесное состояние системы есть ее наиболее вероятное состояние. Таким образом, рост энтропии при самопроизвольных процессах означает переход системы, состояшей из большого числа частиц, в более вероятное состояние.

9.9. Реальные газы

Реальные газы подчиняются уравнению Менделеева-Клапейрона только при малых давлениях и высоких температурах. С повышением давления и уменьшением температуры наблюдаются значительные отступления от уравнения. Это объясняется тем, что при повышении плотности начмнают играть все большую роль объем молекул и силы взаимодействия между ними.

Найти уравнение, которое с достаточной степенью точности описывало бы состояние реальных газов, пробовали многие ученые. Наиболее удовлетворительно это удалось сделать голландскому физику И. Ван-дер-Ваальсу (1837-1923). Он внес поправки в уравнение Менделеева-Клапейрона и получил следующее уравнение:

$$\left(p + \frac{\vartheta^2 a}{V^2}\right)\left(V - \vartheta b\right) = \vartheta RT, \tag{9.30}$$

где a и b – постоянные Ван-дер-Ваальса (для каждого газа определяются опытным путем), ϑ - количество вещества (количество молей), V – объем газа, p – давление газа на стенки сосуда.

Из-за взаимного притяжения между молекулами газ как бы сжимается большим давлением, чем давление, оказываемое на газ стенками сосуда, в котором он заключен. Поправка $\frac{\vartheta^2 a}{V^2}$ характеризует ту добавку к внешнему давлению, которая обусловлена взаимным притяжением молекул друг к другу.

Вследствие того, что молекулы обладают конечным объемом, пространство, доступное для движения молекул, оказывается меньшим, чем объем сосуда. Поправка в уравнении характеризует ту часть объема, которая недоступна для движния молекул.

Внутренняя энергия ван-дер-ваальсовского газа должна включать в себя, кроме кинетической энергии молекул, энергию взаимодействия молекул. Внутренняя энергия такого газа зависит как от объема, так и от температуры и имеет вид:

$$U = \vartheta C_V T - \frac{a\vartheta}{V_\mu}, \tag{9.31}$$

где C_V - молярная теплоемкость газа при постоянном объеме, V_μ – молярный объем газа.

9.10. Жидкости и их свойства

Жидкостями называют тела, которые, имея определенный объем, принимают форму сосуда, в котором они находятся. Характер теплового движения молекул в жидкостях определяет сходство жидкостей со свойствами как твердых тел, так и газов. Подобно твердым телам, жидкости малосжимаемы, так как обладают сильным межмолекулярным взаимодействием частиц. При сжатии жидкостей уменьшаются расстояния между молекулами и резко возрастают силы отталкивания, препятствующие сжатию.

Взаимное расположение соседних частиц в жидкостях сходно с упорядоченным расположением соседних частиц в кристаллах. Однако эта упорядоченность в жидкостях наблюдается лишь внутри малых объемов, т.е. в расположении частиц наблюдается ближний порядок (в твердых телах – дальний порядок). Из-за отсутствия дальнего порядка в жидкостях не обнаруживается анизотропия физических свойств.

Существуют твердые тела, которые во многом похожи на кристаллические тела, но в расположении их частиц имеется, как и у жидкостей, только ближний порядок. Такие тела, называемые аморфными, не обнаруживают анизотропии. Переход от аморфного тела к жидкости при нагревании осуществляется непрерывно, в то время как переход от кристалла к жидкости совершается скачком, поэтому аморфные тела иногда называют переохлажденными жидкостями, частицы которых вследствие сильно возросшей вязкости имеют ограниченную подвижность.

Типичным примером аморфного твердого тела служит стекло. К числу аморфных тел относятся также смолы, битумы и т.д.

а) Поверхностное натяжение

На молекулы жидкости, находящиеся в поверхностном слое, действуют некомпенсированные, направленные силы притяжения со стороны остальной части жидкости. В результате этого поверхностный **мономолекулярный** слой жидкости оказывает на всю жидкость давление, равное сумме результирующих сил, действующих на все молекулы. Это давление называется **внутренним** или **молекулярным давлением**. Поверхность жидкости представляет собой как бы растянутую пленку, которая стремится сократиться, и при исправленной поверхности возникает добавочное давление под поверхностью жидкости.

Напряженное состояние поверхностного слоя жидкости называется поверхностным натяжением. Для перемещения молекулы из глубины жидкости в поверхностный слой надо совершить работу против сил, действующих в этом слое. Эта работа совершается молекулой за счет запаса кинетической энергии и идет на увеличение ее потенциальной энергии. Поэтому молекулы поверхностного слоя жидкости обладают большей потенциальной энергией, чем частицы внутри жидкости. Эта дополнительная энергия, которой обладают молекулы в поверхностном слое жидкости, называется поверхностной энергией, пропорциональна площади слоя S:

$$U = \sigma S, \qquad (9.32)$$

где σ - коэффициент поверхностного натяжения, S- свободная поверхность жидкости.

Коэффициент поверхностного натяжения можно определить из соотношения:

$$\sigma = \frac{F}{l}, \qquad (9.33)$$

где F – сила поверхностного натяжения, действующая на контур l, ограничивающий поверхность жидкости.

б) Смачивание и капиллярные явления

Из наблюдений известно, что капля воды растекается на стекле в форме, изображенной на рис.43, а, в то время как ртуть на той же поверхности превращается в несколько сплющенную каплю (рис.43, б).

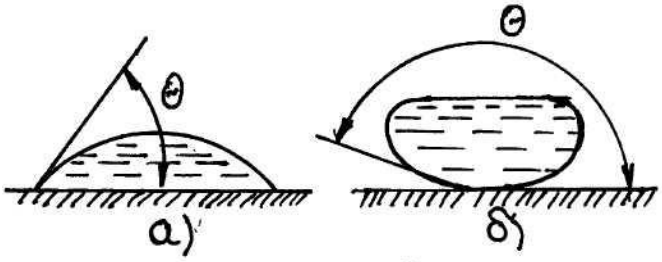


Рис. 43

В первом случае говорят, что жидкость **смачивает** твердую поверхность, во втором – **не смачивает**. Смачивание зависит от характера сил, действующих между молекулами твердого тела и жидкости. Для смачивающей жидкости силы притяжения между молекулами жидкости и твердого тела больше, чем между молекулами самой жидкости. Для несмачивающей жидкости силы притяжения между молекулами жидкостей и твердого тела меньше, чем между молекулами внутри жидкости. Характеризуется степень смачивания или намагничивания жидкостью углом Θ между касательными к поверхности жидкости и твердого тела, который называется **краевым углом** (рис. 43). Если $\Theta<\frac{\pi}{2}$, то жидкость считается смачивающей, если $\Theta>\frac{\pi}{2}$, то жидкость несмачивающая.

Если поверхность жидкости не плоская, а искривленная, то она оказывает на жидкость дополнительное к внешнему давление, вызванное силами поверхностного натяжения. Это дополнительное давление определяется по формуле французского физика и математика П. Лапласа (1749-1827):

$$p = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right), \tag{9.34}$$

где σ - коэффициент поверхностного натяжения, R_1 и R_2 - радиусы кривизны двух взаимно перпендикулярных сечений поверхности жидкости.

Радиусы кривизны берутся со знаком плюс для выпуклой поверхности, со знаком минус – для вогнутой. В случае сферической поверхности

$$p = \frac{2\sigma}{R}.$$

Если поместить узкую трубку **(капилляр)** одним концом в жидкость, налитую в широкий сосуд, то вследствие смачивания или несмачивания жидкостью стенок капилляра кривизна поверхности жидкости в капилляре становится значительной. Жидкость в капилляре опускается или поднимается на такую высоту h, при которой давление столба жидкости $\rho g h$ уравновешивается избыточным давлением, т.е.

$$\frac{2\sigma}{R} = \rho g h,$$

где ρ - плотность жидкости, g - ускорение свободнго падения.

Если r – радиус капилляра, Θ – краевой угол, то высота подъема жидкости в капиллярной трубке равна

$$h = \frac{2\sigma cos\Theta}{\rho g r}. \tag{9.36}$$

Капиллярные явления играют большую роль в природе и технике. Подъем питательного раствора и воды по стволу и стеблю растений в значительной мере обусловлен явлением капиллярности. По капиллярам почвы поднимается вода из глубинных в поверхностные слои почвы. По капиллярам кладки зданий происходит подъем грунтовой воды (при отсутствии гидроизоляции); по капиллярам фитиля поднимаются горючие и смазочные вещества, на капиллярности основано использование промокательной бумаги.

Борисовский Василий Васильевич

КРАТКИЙ КУРС ФИЗИКИ
Часть I

Учебное пособие для студентов всех форм обучения технических направлений

Редактор Е.Ф. Изотова

Подписано к печати 23.05 .13. Формат 60x84/16.

Усл. печ. л. 4,2. Тираж 70 экз. Зак. 131178. Рег. № 30.

Отпечатано в РИО Рубцовского индустриального института

658207, Рубцовск, ул. Тракторная, 2/6.